

**Министерство образования и науки  
Республики Болгария**  
**LXIII Национальная олимпиада по математике**  
**Заключительный этап, Первый день, 17 мая 2014 г.**

1. Дана фиксированная окружность  $k$  и точка  $A$  вне неё. Отрезок  $BC$  является диаметром окружности  $k$ . Найдите геометрическое место ортоцентров треугольников  $ABC$ , при вращении диаметра  $BC$ .
2. Шахматную доску размера  $m \times n$ , где  $m \geq 2$  и  $n \geq 2$  красят в четыре цвета: белый, зеленый, красный и синий (каждая клетка целиком красится в один из этих цветов). Назовём раскраску *пёстрой*, если каждый квадрат  $2 \times 2$  состоит из клеток всех четырех цветов. Найдите число пёстрых раскрасок.
3. В каждой точке пространства записано действительное число, отличное от нуля. Известно, что для любого тетраэдра  $\tau$  произведение чисел в его вершинах равняется числу записанному в центре его вписанной сферы. Докажите, что все записанные числа равны 1.

*Каждая задача оценивается в 7 баллов.  
Время работы: 4 часа 30 минут.  
Успехов!*