Устная олимпиада «Дважды Два».

МИРЭА. 24 мая 2015. Довывод.

1. Саша выписала на доску числа от 1 до N. Оказалось, что среди выписанных чисел ровно 2014 не делятся на 3. Найдите все возможные N и докажите, что других ответов нет. (Фольклор)

2. Коля разрезал квадрат 6x6 по линиям сетки на 8 прямоугольников. Докажите, что среди них найдется два прямоугольника с одинаковой площадью. (Н. А. Михайловский)

3. У Кости есть четверо часов. Одни из них не то отстают, не то спешат на 5 минут, вторые – не то отстают, не то спешат на 10 минут, третьи – не то отстают, не то спешат на 15 минут, четвёртые – не то отстают, не то спешат на 20 минут. Но неизвестно, какие конкретно часы что делают. Однажды Костя посмотрел на часы и увидел такое время: 10:10, 10:30, 10:35, 10:25. Который сейчас час? (Е. Ю. Иванова)

4. На доске написаны числа от 1 до 20. Малыш и Карлсон играют в игру: они по очереди (начинает Малыш) вычеркивают по одному числу с доски. Если сумма всех цифр последних двух вычеркнутых с доски чисел будет четной, то выигрывает Карлсон, иначе выигрывает Малыш. Кто выигрывает при правильной игре обоих игроков? (Фольклор)

5. Никита выписывает на доске цифры 1, 2, 3, 4, 0, 9, 6, 9, 4… Первые четыре цифры в этой последовательности равны 1, 2, 3 и 4. Каждая следующая цифра равна остатку от деления на 10 суммы четырех последних цифр: 1 + 2 + 3 + 4 = 1**0**, 2 + 3 + 4 +0 = **9**, 3 + 4 + 0 + 9 = 1**6**, и т.д. Встретятся ли в этой последовательности цифры 1, 3, 2, 9 идущие подряд? (Н. А. Михайловский)

Устная олимпиада «Дважды Два».

МИРЭА. 24 мая 2015. Вывод.

6. Витя хочет начертить M отрезков на плоскости так, чтобы никакие три отрезка не пересекались в одной точке, и любой отрезок пересекал ровно 3 других отрезка. Найдите все значения M, при которых Витя сможет осуществить свой план. (Фольклор)

7. Число N является полным квадратом натурального числа, а число 4N является кубом натурального числа. Докажите, что N делится на 16. (Фольклор)

8. У Никиты есть 12 монет, из них 3 фальшивых, каждая из которых легче настоящей монеты (вес фальшивых монет одинаков). Можно ли за 4 взвешивания на чашечных весах найти хотя бы 2 фальшивые монеты? (Е.Ю. Иванова, Н. А. Михайловский)

Устная олимпиада «Дважды Два».

МИРЭА. 24 мая 2015. Послевывод.

9. Найдите все тройки целых чисел x, y, z такие, что $x^2 + 4y^2 = 7z^2$ (Фольклор)

10. Какое максимальное количество клеток можно отметить на доске 6x6 так, чтобы у любой клетки на доске не было двух и более отмеченных соседей (клетки считаются соседними, если у них общая сторона)? (Н. А. Михайловский)