Математическая Олимпиада для 5 классов
Часть Б

В этой части кроме ответа требуется привести решение.

1. Бочку можно наполнить доверху, если в нее налить 13 маленьких, 6 средних и 1 большое ведро воды, или 3 маленьких, 2 средних и 9 больших ведер воды. А сколько только больших ведер потребуется для наполнения бочки?

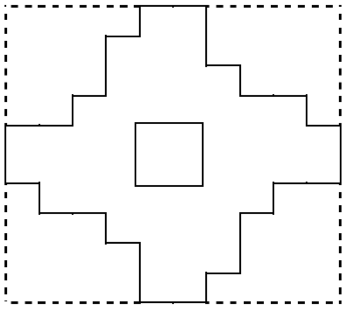
Решение.

Ответ:

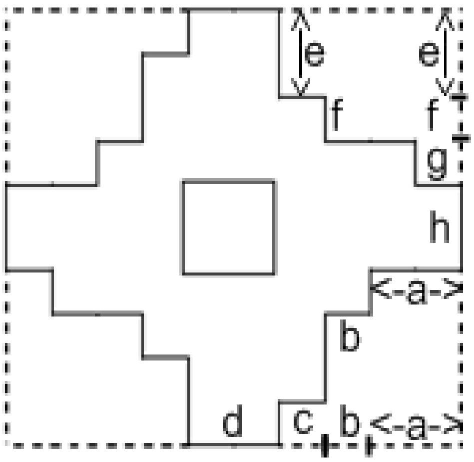
2. Давала Баба-Яга Иванушке меч-кладенец и приговаривала: «Берегись ты трёхголового Змея Горыныча, он коварен! Каждая голова у него либо огнём обжигает, либо дым ядовитый пускает, либо взглядом в пепел обращает. Первая голова огнём обжигает, вторая – толи дым пускает, толи огнём обжигает, а что делает третья – запамятовала я». Добра была старушка, да только стара: всё-то она неправильно помнила. От какой головы Змея Горыныча чего на самом деле следовало опасаться Иванушке?

Решение. Если все высказывания старушки были неправдой, то вторая голова не пускала дыма и не обжигала огнём. Значит, ей остаётся только *взглядом в пепел обращать*. Про первую голову известно, что она (если не верить словам Бабы-Яги) не обжигает огнём. Но и в пепел обращать она не может – ведь все головы делают что-то разное. Значит, первая голова *дым ядовитый пускает*. Ну, а третья – *огнём обжигает*.

Ответ: 1 голова – дым ядовитый пускает;
2 голова – взглядом в пепел обращает;
3 голова – огнём обжигает.



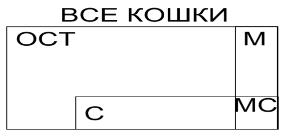
3. Из квадратной дощечки вырезали фигуру странной формы с квадратной дыркой в середине (см.рисунок – границы первоначальной дощечки отмечены пунктиром). Оказалось, что периметр полученной фигуры на 8 см больше периметра исходной дощечки. Найдите площадь дырки. (Замечание: все линии параллельны сторонам дощечки)



Решение. За счёт чего периметр вырезанной фигуры больше периметра изначальной дощечки? Легко видеть, что все горизонтальные части нижней части фигуры равны соответствующим частям нижней стороны прямоугольной дощечки. В сумме все горизонтальные нижние части как раз и сложатся в нижнюю сторону. Аналогично сложатся все верхние части сложатся в верхнюю сторону. Посмотрим аналогично на вертикальные кусочки справа и слева. Они сложатся в вертикальные стороны прямоугольника. Что же осталось лишнего в нашем периметре? С внешней стороны – ничего. Но осталась дырка. Конечно же, её длины её сторон тоже входят в периметр. Значит, получившуюся разницу в 8 см как раз и дают стороны дырки. Так как она квадратная, то все её стороны равны 8 : 4 = 2 см. А значит площадь такого квадрата равна 2 × 2 = 4 см^2.

Ответ: 4 см^2.

4. На выставке демонстрировались кошки разных пород. При этом оказалось, что каждая десятая кошка имеет медаль с какой-нибудь выставки, а среди сиамских кошек каждая седьмая также имеет медаль. Кого на выставке было больше: кошек-медалисток или сиамских кошек?



Решение. Исходя из условия можно нарисовать примерную «диаграмму распределения кошек» (см.рис.). На ней мы видим, что кошки-медалистки (М) составляют 1/10 часть всех кошек, и 1/7 часть всех сиамсиких кошек (С) так же наградили медалями(СМ). Но так же мы видим, что нам ничего не сказано о доле сиамских кошек среди всех кошек. Например, почти все кошки выставки могут быть сиамскими, а может и вообще не быть сиамских (ведь условие тогда не нарушится: 1/7 часть от 0 кошек – это 0 сиамских кошек-медалисток!). Итак, осталось только подобрать 2 примера, иллюстрирующих оба варианта ответа: когда М < С и когда М > С. Смотрим на рисунки. На первом из них проиллюстрирована ситуация М < С: М = 2 + 1 = 3, С = 6 + 1 = 7. На втором – ситуация М > С: М = 10 + 1 = 11, С = 6 + 1 = 7.

РИС 1

РИС 2

Ответ: возможны оба варианта.

5. У Димы есть 12 монет и 5 карманов. Сможет ли он так разложить монеты по карманам, чтобы во всех карманах было разное количество монет?

Решение. Конечно, если предположить, что в каждом кармане должна лежать хотя бы одна конфета, то легко видеть, что такое не возможно: сложим минимальное количество конфет во всех карманах: 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 > 12. Однако следует заметить, что в условии нигде не сказано, что карманы не должны быть пустыми – сказано только ,что количество монет во всех карманах должно быть различным. 0, 1, 2, 3, 4 – все различные числа, и их сумма равна 10. Таким образом мы видим, что разложить указанным способам монеты по карманам возможно. Например, так: 0, 1, 2, 3, 6.

Ответ: сможет.