ТУРНИР МЁБИУСА

Задачи
III математического
турнира мини-боёв

Третий математический Турнир Мёбиуса прошёл с 17 по 21 февраля 2019 года в Московской области на базе отдыха «Зелёный Остров» при поддержке Творческой Лаборатории «Дважды Два» и журнала для любознательных «Квантик». В турнире приняли участие 24 команды школьников 4 и 5 классов из Москвы (школы № 2086, № 1329, № 444, № 1514, № 1883, № 1210, «Интеллектуал»), Санкт-Петербурга (кружок «Фрактал»), Нижнего Новгорода (Нижегородский филиал ТЛ «Дважды Два»), Пензы (центр образования «Академия «Ростум»), Лобни (учебный центр «Перспектива») и Черноголовки («Новая Черноголовская школа»).

В работе оргкомитета принимали активное участие Сундукова Светлана Сергеевна и Орехова Анастасия Сергеевна, помогал в организации турнира Иванов Максим Анатольевич. Спортивные мероприятия и вечерние интеллектуальные игры провели Агабеков Георгий Артёмович, Кириченко Екатерина Александровна, Ларева Софья Олеговна и Редько Екатерина Алексеевна.

Оргкомитет выражает особую благодарность Бакаеву Егору Владимировичу, Акбари Альмару, Парамоновой Ольге Сатурниновне и Петухову Алексею Владимировичу за работу в методической комиссии, Асташкиной Валентине Геннадьевне и редакции журнала «Квантик» за информационную поддержку, Погода Анастасии Павловне за сотрудничество и участие команд «Фрактал», также коллективу базы отдыха «Зелёный Остров» и лично Липатову Сергею Викторовичу за предоставленные условия работы.

Председатель жюри 4 класса, преподаватель Творческой Лаборатории «Дважды Два», учитель математики школ 1329 и 2086 города Москвы
Михайловский Никита Андреевич

Председатель жюри 5 класса, педагог и методист Костромского Центра дополнительного образования «Одаренные школьники»
Чернятьев Николай Леонидович

Председатель оргкомитета, преподаватель Творческой Лаборатории «Дважды Два»
Бондаренко Константин Николаевич

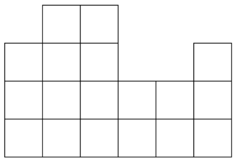
Содержание

1 Лига 4 класса

Командная олимпиада 4 классов *17 ноября 2018 г.*

Задача 1. Никита задумал 3 числа и нашел их сумму. Известно, что эта сумма на 20 больше, чем первое число, на 30 больше, чем второе число, и на 40 больше, чем третье число. Найдите хотя бы один такой набор чисел. *(по мотивам фольклора)*

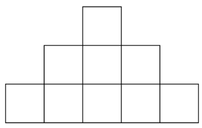
Задача 2. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на 2 одинаковые по форме и площади части. Резать можно только по линиям сетки. *(Н. А. Михайловский)*



Задача 3. Разведчики Антон, Боря, Вова и Гриша ходили парами в разведку на задания. Антон ходил 15 раз, Боря 9 раз, Вова 23 раза, а Гриша 47 раз. Сколько раз в разведку ходили вместе в паре Гриша и Боря? *(Жюри, по мотивам фольклора)*

Задача 4. В ряд на доске написаны буквы (именно в таком порядке): С, П, А, Н, И, Е, Л, Ь. Разрешается поменять местами любые 2 буквы в ряду. Как за 5 таких операции получить ряд: А, П, Е, Л, Ь, С, И, Н? *(Н. А. Михайловский, по мотивам фольклора)*

Задача 5. Варя складывала одинаковые кубики один на другой в несколько башенок на столе без использования клея. Потом она зарисовала вид своей постройки спереди и справа, у неё получилось одно и то же (см. рисунок). Потом пришел папа Вари и зарисовал вид этой постройки сверху. Какое наименьшее количество квадратиков могло быть в его рисунке? *(Н. А. Михайловский)*



Задача 6. Прямоугольник разрезали на 5 равных квадратов. Оказалось, что общая сумма периметров этих квадратов на 120 см больше, чем периметр исходного прямоугольника. Найдите размеры исходного прямоугольника.

Задача 7. Однажды все жители острова рыцарей и лжецов разбились на группы по 3 человека. Каждый человек в каждой тройке сказал двум оставшимся: «Среди вас, ребята, есть рыцарь!» Могли ли на острове проживать ровно 10 рыцарей? *(Жюри)*

Задача 8. Учительница дала Косте задание: решить пример на сложение. Костя решил пример, а после этого заменил одинаковые цифры в примере на одинаковые буквы, а разные цифры — на разные буквы. Получился числовой ребус: МАМА + ПАПА = ДОБРО. Докажите, что Костя решил пример неправильно. *(Н. А. Михайловский)*

Первый тур

18 февраля 2019 г.

Задача 9. При каком наименьшем N будет верна фраза: «При любом расположении N королей на шахматной доске (каждый король занимает ровно 1 клетку) каждый из королей будет бить другого короля». *(предложил Н. А. Михайловский)*

Задача 10. Из клетчатого прямоугольника по линиям сетки можно вырезать 3700 трехклеточных уголков. Докажите, что из точно такого же прямоугольника можно вырезать хотя бы 1000 прямоугольников размером 1×11. *(Н. А. Михайловский)*

Задача 11. Круг разделен на 9 секторов. Винни-Пух хочет поставить в каждый сектор несколько горшочков меда так, чтобы количество в парах соседних секторов принимали все возможные значения от 2011 до 2019 по одному разу. Сможет ли Винни-Пух справиться с задачей? *(Н. Л. Чернятьев)*

Задача 12. Как на плоскости отметить 11 точек и 10 прямых так, чтобы на 5 проведенных прямых лежало ровно по 3 отмеченные точки, а на других 5 проведенных прямых лежало ровно по 4 отмеченные точки?

Задача 13. Каждое утро Катерина выпивает чашечку кофе по одной и той же цене в одной и той же кофейне. Чашечка кофе стоит целое число рублей. Известно, что 1000 рублей хватает на 27 чашечек, а 1400 не хватает на 38 чашечек. Сколько может стоить чашечка кофе?

Задача 14. Пете подарили набор из 6 гирек, на которых были написаны массы 1 г, 2 г, 3 г, 4 г, 5 г, 6 г; все массы встречались ровно 1 раз. Оказалось, что веса 5 гирек из набора соответствуют надписям на них, а одна гирька оказалась бракованной — ее вес меньше указанного. За какое наименьшее количество взвешиваний на чашечных весах без стрелок можно гарантировано найти бракованную гирьку? *(Фольклор)*

Задача 15. На доске написано записано число. Каждую секунду происходит следующее: сначала последнюю цифру числа на доске стирают, затем к оставшемуся числу прибавляют удвоенную стертую цифру и полученную сумму записывают на доску, полностью стирая старое число. Например, если на доске в какой-то момент появилось число 123, то после него на доске появится число $12 + 3 \cdot 2 = 18$; а если было число 20, то вместо него на доске появится число $2 + 0 \cdot 2 = 2$. Какое число будет на доске через час, если сначала записать на доску число 1102? *(Н. А. Михайловский)*

Задача 16. У Шляпника есть двое механических часов. Одни отстают на 5 минут в час, а другие спешат на 15 минут в час. Ровно в полдень 18 февраля 2019 года Шляпник выставил верное время на обоих часах. Когда часы вновь покажут снова одинаковое время? *(Н. Л. Чернятьев)*

Второй тур

19 февраля 2019 г.

Задача 17. В ряд лежат 2019 разноцветных карточек в некотором порядке. За одну операцию можно поменять местами любые две карточки между которыми лежит одна или две другие карточки. Например, можно поменять местами 2-ю и 4-ю карточки или 997-ю и 1000-ю карточку. Покажите, как такими операциями можно переложить карточки в обратном порядке. *(Жюри)*

Задача 18. Костя готовит лимонад на продажу. Для производства одной порции лимонада по Костиному рецепту требуется один лимон и полстакана сахара, оставшуюся часть составляет вода. Лимоны и сахар Костя покупает, а воду бесплатно набирает из-под крана. Стоимость одной порции состоит из стоимости затраченного на нее лимона, стоимости затраченного сахара, и оплаты Костиного труда. Костя продавал порцию лимонада за 17 рублей. Однажды сахар подорожал в 4 раза, из-за этого стоимость порции напитка возросла до 39 рублей. Потом лимоны подорожали в 4 раза. Из-за этого стоимость порции возросла до 65 рублей. Сколько денег с продажи каждой порции получает Костя за свой труд? *(Е. В. Бакаев)*

Задача 19. В классе 24 мальчика и 25 девочек (класс большой). На 8 марта каждый мальчик послал несколько смс-сообщений девочкам с поздравлением (каждый мальчик поздравляет любую девочку не более 1 раза). При этом каждый мальчик поздравил менее половины девочек, но все мальчики послали одно и то же количество сообщений. Докажите, что найдутся 2 девочки, которые получили одно и то же количество поздравлений. *(Жюри)*

Задача 20. На столе лежит 777 камней. Двое играют в интеллектуальную игру: по очереди можно забрать со стола 2 или 8 камней. Тот, кто не может сделать очередной ход, проигрывает. Кто выигрывает при правильной игре обоих игроков? *(Фольклор)*

Задача 21. На острове обитает 2019 жителей, каждый из которых является рыцарем, который всегда говорит правду, или лжецом, который всегда врет; при этом каждый житель острова знает кто кем является на этом острове. Каждому жителю задали вопрос: «Сколько среди жителей острова рыцарей?» Любые два жителя острова дали разные ответы на этот вопрос, при этом никто не заявил, что на острове более 2019 рыцарей. Сколько на острове может быть рыцарей?

Задача 22. В левой нижней клетке доски 10×10 сидит 3 жука. Каждую секунду каждый жук перемещается в правую или верхнюю соседнюю клетку. Через 18 секунд все жуки собрались в правой верхней клетке. Какое наибольшее количество клеток, посещенных хотя бы одним жуком, может оказаться на этой доске? *(Н. А. Михайловский)*

Задача 23. Два брата Антонио и Борацио легли спать с твердым намерением собрать по утру яблок с 3-х яблонь их отца. Сначала проснулся Антонио и собрал половину всех яблок с одной из яблонь, треть всех яблок с другой из двух яблонь и шестую часть яблок с оставшейся яблони. Потом проснулся Борацио и собрал половину оставшихся яблок с какой-то из 3-х яблонь, затем треть оставшихся яблок с другой из двух оставшихся яблонь и шестую часть с оставшейся яблони. Могли ли Антонио и Борацио собрать поровну яблок? *(Н. А. Михайловский, Н. Л. Чернятьев)*

Задача 24. Назовем число «интересным», если произведение его цифр равно 12. Сколько существует «интересных» трехзначных чисел?

Третий тур

20 февраля 2019 г.

Задача 25. Как клетки квадрата 8×8 раскрасить в 5 цветов так (каждую клетку в один цвет), чтобы клетки каждого цвета образовывали *связную* фигуру, при этом в каждом столбце и в каждой строке квадрата были клетки ровно 3-х цветов? (Клетки каждого цвета должны присутствовать: красить меньше, чем в 5 цветов, нельзя.)
Связная клеточная фигура — это такой непустой набор клеток, что из любой клетки этого набора можно пройти в любую другую клетку этого набора по клеткам этого набора, переходя каждый раз в соседнюю по стороне клетку. Любая фигура тетрамино или пентамино, например, является связной фигурой. *(Н. Л. Чернятьев)*

Задача 26. Маша загадала двузначное число и сообщила его мальчикам. Антон сказал, что в загаданном Машей числе есть цифра 7; Боря утверждает, что есть цифра 5; Вова заявил, что число четное; Гоша уверяет, что число делится на 19; Дима сказал, что в загаданном числе цифры различны. Какое число загадала Маша, если известно, что четверо мальчиков сказали правду, а один мальчик ошибся? Требуется, конечно, найти все ответы и объяснить, что других ответов нет. *(Н. А. Михайловский)*

Задача 27. Каждый день Леша съедает от 1 до 10 бутербродов. Леша утверждает, что за все понедельники февраля 1919 года (аж век назад!) он съел на 37 бутербродов больше, чем за все субботы этого же месяца. Не ошибается ли Леша?

Задача 28. По кругу лежат пять одинаковых по весу и виду золотых монет. Фальшивомонетчик Иннокентий заменил из них какие-то (может быть всего одну, но уж хотя бы одну-то монету он поменял) фальшивыми, по виду точно такими же, но более легкими (все фальшивые монеты весят одинаково). В целях конспирации никакие две лежащие рядом монеты не оказались в итоге фальшивыми. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь узнать, сколько монет подменил Иннокентий? (При этом не обязательно указывать какие именно монеты фальшивые!) *(Н. Л. Чернятьев)*

Задача 29. Дана доска 7×7. В центральной клетке ($d4$) доски стоит фишка. Малыш и Карлсон играют в высокоинтеллектуальную игру: за один ход можно передвинуть фишку в любую соседнюю с ней по стороне клетку, но нельзя ее возвращать в ту клетку, в которой она была непосредственно до этого. Выигрывает тот, кто первым поставит фишку в клетку, в которой она уже была в процессе игры (центральная клетка также уже считается посещенной). Кто выигрывает при правильной игре обоих игроков, если первым ходит Карлсон? *(Н. Л. Чернятьев)*

Задача 30. Костя из предыдущего тура сказочно разбогател на лимонаде и открыл свою лимонадную фабрику. Фабрика продает литровую бутылку лимонада за 21 рубль, двухлитровую бутылку — за 41 рубль, а трехлитровую — за 61 рубль. За месяц фабрика продала 1000 бутылок на сумму 37000 рублей. Сколько литров лимонада было продано за этот месяц? Нужно указать, конечно, все возможные ответы! *(Е. В. Бакаев)*

Задача 31. Каждый из детей одной семьи заявил, что у него ровно 4 брата (имеются в виду родные братья). При этом треть детей сказала правду, а остальные дети ошиблись. Сколько детей может быть в семье? *(Н. А. Михайловский, К. Н. Бондаренко)*

Задача 32. Никита раскладывал все свои дипломы по папкам. Когда он раскладывал дипломы по 13 штук в каждую папку он смог наполнить только 12 папок (возможно у него после этого остались дипломы, но следующую папку он заполнить не смог). Тогда Никита стал заново раскладывать все свои дипломы по 12 штук в папку, и он смог заполнить 14 папок (возможно у него и после этого остались дипломы, но следующую папку он заполнить не смог). Сколько у Никиты может быть дипломов? *(Н. А. Михайловский)*

ФИНАЛ. Бой за 1 место

21 февраля 2019 г.

Задача 33. Цифры пятизначного числа записали в обратном порядке и из исходного числа вычли полученное. Может ли полученная разность быть равна 10998?

Задача 34. 10 школьников вечером звонили друг другу, никакие два школьника не разговаривали более 1 раза, при этом Ипполит (один из этих 10 школьников) имел разговоров меньше, чем кто-либо другой из этой компании, всего лишь четыре. Докажите, что найдутся 3 школьника, которые попарно разговаривали друг с другом, то есть каждый из них разговаривал с каждым из остальных. *(предложил Н. А. Михайловский)*

Задача 35. На столе лежит 100 карточек с числами от 1 до 100, каждое число встречается по одному разу. Антон и Боря по очереди (начинает Антон) берут себе по одной карточке. После 50 пар ходов Антон подсчитывает сумму чисел на своих карточках, он хочет, чтобы она делилась на 99. Сможет ли Боря ему помешать?

Задача 36. Мальвина составила из десяти попарно различных натуральных чисел (то есть в наборе нет одинаковых чисел) пять примеров на сложение двух слагаемых, взяв в качестве слагаемых в каждый пример эти числа, каждое по разу в одну из пар слагаемых. Буратино сосчитал эти примеры и получил ответы: 20, 21, 22, 23, 24. Мальвина из этих же чисел составила пять новых примеров на сложение. В этот раз Буратино посчитал и получил ответы: 10, 14, 16, 25, 45. Докажите, что Буратино где-то ошибся в своих подсчетах. *(Н. Л. Чернятьев)*

Задача 37. Клетки доски 5×5 закрашены в шахматном порядке, причем угловые клетки черные. Миша разрезал эту доску по сторонам клеток на пять связных пятиклеточных фигур (такие фигуры называются фигурами пентамино; среди фигур могут быть как разные, так и одинаковые фигуры). Могло ли так оказаться, что более чем в половине фигур больше половины клеток белые? *(Н. Л. Чернятьев)*

Задача 38. За круглым столом сидят 20 человек. Некоторые из них всегда говорят правду, а остальные всегда врут. У ведущего имеется 20 карточек, на каждом из которых написано число 1, 2 или 3. Он раздал каждому по карточке и спросил, какое число там написано. Все ответили: «На моей карточке написано число 1!» Ведущий как-то иначе раздал эти же самые карточки и повторил свой вопрос. Все ответили: «На моей карточке написано число 2!» Ведущий третий раз раздал эти же карточки и задал тот же вопрос. Может ли оказаться так, что все ответят: «На моей карточке написано число 3»? (Не забудьте обосновать свой ответ!) *(Н. Л. Чернятьев)*

Задача 39. Есть 5 монет: 2 настоящие (они весят одинаково) и 3 фальшивые (они все весят одинаково, но отличаются по весу от настоящих; при этом непонятно в какую сторону). По виду все монеты неразличимы. Как за 2 взвешивания на чашечных весах без гирь хотя бы про какую-то монету выяснить: фальшивая она или настоящая? *(Н. Л. Чернятьев)*

Задача 40. Коля отдыхает все среды, субботы и воскресенья, также Коля отдыхает, если в записи числа текущего дня есть цифра 3, например, он отдыхает 13 марта или 30 августа. Какое наибольшее количество дней подряд может отдыхать Коля? *(Жюри)*

ФИНАЛ. Остальные бои

21 февраля 2019 г.

Бои за 3 и 5 места

Задачи 41, 33, 36, 42, 37, 38, 39, 40.

Бой за 7 место

Задачи 41, 43, 36, 42, 37, 38, 39, 40.

Задача 41. Когда Никита Андреевич учился в 5, 6 и 7 классах, он еще читал книги. За время своего обучения в 5 и 6 классах он прочитал в 2 раза меньше книг, чем за время обучения в 6 и 7 классах. При этом за 7-й класс он прочитал на 20 книг больше, чем за 6-й класс. Сколько книг Никита Андреевич прочитал за 5-й класс? *(Н. А. Михайловский)*

Задача 42. По поляне бегали собаки, лисы и курицы. Собаки бегали за лисами, а лисы за курицами, причем суммарное количество собак и лисиц было равно общему количеству куриц. Через час лисы съели всех куриц (каждая лиса съела ровно по 2 курицы), а собаки ни одной лисицы не поймали. У кого в самом начале было больше лап (ног): в сумме у всех собак или в сумме у всех куриц? *(Н. А. Михайловский, Н. Л. Чернятьев)*

Задача 43. Состоятельный крот приобрел прямоугольный участок земли, после этого выяснилось, что за этот участок надо платить налог в размере 1 рубль за каждый квадратный метр купленной земли. В нынешнем году Состоятельный крот расширил свой участок, увеличив все его стороны на 1 метр (участок остался прямоугольным), поэтому налог на участок в этом году увеличился на 100 рублей. В следующем году Состоятельный крот собирается еще раз увеличить каждую сторону своего участка на 1 метр. К какому повышению налога на участок стоит готовиться Состоятельному кроту в следующем году? *(Н. А. Михайловский)*

2 Высшая лига 5 класса

Командная олимпиада 5 классов

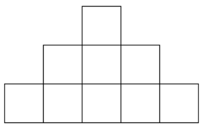
17 ноября 2018 г.

Задача 44. Вова пришел в тир, купил 3 выстрела и начал стрелять. За каждое попадание в цель Вове дарили еще 3 дополнительных выстрела. В итоге Вова выстрелил 2019 раз и на этом его выстрелы закончились. Сколько раз Вова промахнулся за все время в тире? *(Фольклор)*

Задача 45. В ряд на доске написаны буквы (именно в таком порядке): С, П, А, Н, И, Е, Л, Ь. Разрешается взять несколько подряд идущих букв, стереть и записать стертые буквы в обратном порядке. Как за 4 таких операции получить ряд А, П, Е, Л, Ь, С, И, Н? *(Н. А. Михайловский, по мотивам фольклора)*

Задача 46. Разведчики Антон, Боря, Вова и Гриша ходили парами в разведку на задания. Антон ходил 15 раз, Боря 9 раз, Вова 23 раза, а Гриша 47 раз. Сколько раз в разведку ходили вместе в паре Гриша и Боря? *(Жюри, по мотивам фольклора)*

Задача 47. Варя складывала одинаковые кубики один на другой в несколько башенок на столе без использования клея. Потом она зарисовала вид своей постройки спереди и справа, у нее получилось одно и то же (см. рисунок). Потом пришел папа Вари и зарисовал вид этой постройки сверху. Какое наименьшее количество квадратиков могло быть в его рисунке? *(Н. А. Михайловский)*



Задача 48. Прямоугольник разрезали на 5 равных квадратов. Оказалось, что общая сумма периметров этих квадратов на 120 см больше, чем периметр исходного прямоугольника. Найдите размеры исходного прямоугольника.

Задача 49. Однажды все жители острова рыцарей и лжецов разбились на группы по 3 человека. Каждый человек в каждой тройке сказал двум оставшимся: «Среди вас, ребята, есть рыцарь!» Могли ли на острове проживать ровно 10 рыцарей? *(Жюри)*

Задача 50. Учительница дала Косте задание: решить пример на сложение. Костя решил пример, а после этого заменил одинаковые цифры в примере на одинаковые буквы, а разные цифры — на разные буквы. Получился числовой ребус: МАМА + ПАПА = ДОБРО. Докажите, что Костя решил пример неправильно. *(Н. А. Михайловский)*

Задача 51. Прямоугольник 10×40 разрезали на Г-тетрамино. Докажите, что найдется прямая линяя, идущая по линиям сетки, которая разрезает хотя бы 3 фигурки Г-тетрамино на 2 доминошки размером 1×2. *(Н. А. Михайловский)*

Первый тур

18 февраля 2019 г.

Задача 52. В десятичной записи числа A встречаются только цифры 1, 2, 3, 4 (одна и та же цифра в числе может встречаться несколько раз). Каждую цифру числа A удвоили и получили число B. Докажите, что среди чисел $\overline{AB}$ (число B приписали справа к числу A) и $\overline{BA}$ (число A приписали справа к числу B) хотя бы одно не является квадратом натурального числа. *(Н. Л. Чернятьев)*

Задача 53. Из клетчатого прямоугольника по линиям сетки можно вырезать 3700 трёхклеточных уголков. Докажите, что из точно такого же прямоугольника можно вырезать хотя бы 1000 прямоугольников размером 1×11. *(Н. А. Михайловский)*

Задача 54. Как на плоскости отметить 11 точек и 10 прямых так, чтобы на 5 проведенных прямых лежало ровно по 3 отмеченные точки, а на других 5 проведенных прямых лежало по 4 отмеченные точки?

Задача 55. Косте подарили двое часов со стрелочками. Но у них есть дефект: одни часы спешат на 15 минут в час, а другие отстают на 5 минут в час. 18 февраля в полдень Костя поставил часы по Московскому времени. Когда часы впервые покажут одно и то же время? *(Н. Л. Чернятьев)*

Задача 56. На доске написано записано число. Каждую секунду происходит следующее: сначала последнюю цифру числа на доске стирают, затем к оставшемуся числу прибавляют удвоенную стертую цифру и полученную сумму записывают на доску, полностью стирая старое число. Например, если на доске в какой-то момент появилось число 123, то после него на доске появится число $12 + 3 \cdot 2 = 18$; а если было число 20, то вместо него на доске появится число $2 + 0 \cdot 2 = 2$. Какое число будет на доске через час, если сначала записать на доску число 2019? *(Н. А. Михайловский)*

Задача 57. На столе лежит набор красных и зеленых кубиков. Костя разложил их все на две кучки так, что в одной из них красных кубиков в два раза больше, чем зеленых, а в другой зеленых в два раза больше, чем красных. Никита разложил все эти же кубики на две кучки так, что в одной красных кубиков в три раза больше, чем зеленых, а в другой зеленых в три раза больше, чем красных. Какое наименьшее количество кубиков могло быть в таком наборе? *(Жюри, по мотивам фольклора)*

Задача 58. Пете подарили набор из 6 гирек, на которых были написаны массы 1 г, 2 г, 3 г, 4 г, 5 г, 6 г; все массы встречались ровно 1 раз. Оказалось, что веса 5 гирек из набора соответствуют надписям на них, а одна гирька оказалась бракованной — ее вес меньше указанного. За какое наименьшее количество взвешиваний на чашечных весах без стрелок можно гарантировано найти бракованную гирьку?

Задача 59. Цифры от 5 до 9 зашифровали буквами, и вышло неравенство:

$$\text{М} < \text{И} > \text{Н} < \text{И} < \text{Б} > \text{О} > \text{И}$$

(одинаковыми буквами зашифрованы одинаковые цифры, разными буквами — разные цифры). Чему равна сумма Б + О + М + Б + О + Н? *(К. Н. Бондаренко)*

Второй тур

19 февраля 2019 г.

Задача 60. Бин и Бом решили развлечься. Бин выкладывает карточки с числами от 1 до 2019 в некотором порядке, а Бом затем пытается переложить их по возрастанию. Бому разрешается поменять либо две карточки, лежащие через одну, либо две карточки, лежащие через четыре. Всегда ли Бому удастся это сделать? *(Жюри)*

Задача 61. В классе 24 девочки и 25 мальчиков. На 23 февраля каждая девочка послала несколько смс-сообщений мальчикам с поздравлением, при этом каждая девочка поздравила менее половины мальчиков, но все девочки послали одно и то же количество сообщений. Докажите, что найдутся 2 мальчика, которые получили одно и то же количество поздравлений. *(Жюри)*

Задача 62. В очереди стоят 30 рыцарей и лжецов (рыцари это те, кто всегда врут, лжецы это те, кто всегда говорят правду). Некоторые 16 из них сказали: «Впереди меня нет ни одного рыцаря», остальные 14 сказали: «Сзади меня нет ни одного лжеца». Сколько рыцарей могло быть среди них? Найдите все варианты.

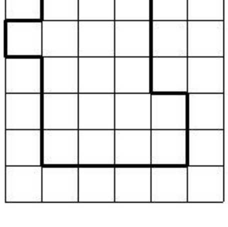
Задача 63. Два брата Антонио и Борацио легли спать с твердым намерением собрать по утру яблок с 3-х яблонь их отца. Сначала проснулся Антонио и собрал половину всех яблок с одной из яблонь, треть всех яблок с другой из двух яблонь и шестую часть яблок с оставшейся яблони. Потом проснулся Борацио и собрал половину оставшихся яблок с какой-то из 3-х яблонь (не обязательно с той, с которой собрал половину Антонио), затем треть оставшихся яблок с другой из двух оставшихся яблонь и шестую часть с оставшейся яблони. Могли ли Антонио и Борацио собрать поровну яблок? *(Н. А. Михайловский, Н. Л. Чернятьев)*

Задача 64. Костя готовит лимонад на продажу. Для производства одной порции лимонада по Костиному рецепту требуется один лимон и полстакана сахара, оставшуюся часть составляет вода. Лимоны и сахар Костя покупает, а воду бесплатно набирает из-под крана. Стоимость одной порции состоит из стоимости затраченного на нее лимона, стоимости затраченного сахара, и оплаты Костиного труда. Костя продавал порцию лимонада за 10 рублей. Но однажды сахар подорожал в 3 раза. Из-за этого стоимость порции напитка возросла до 17 рублей. Потом лимоны подорожали в 3 раза. Из-за этого стоимость порции возросла до 25 рублей. Сколько денег с продажи каждой порции получает Костя за свой труд? *(Е. В. Бакаев)*

Задача 65. Можно ли на прямой поставить 5 точек так, чтобы расстояние между какими-то двумя из них было 1 см, между какими-то двумя — 2 см, между какими-то двумя — 3 см, ..., между какими-то двумя — 10 см? *(Фольклор)*

Задача 66. На столе лежат 5 одинаковых на вид золотых монет: две по 100 грамм, две по 99 грамм и одна 97 грамм. Как при помощи двухчашечных весов без стрелок за 2 взвешивания найти самую лёгкую монету? *(Н. Л. Чернятьев)*

Задача 67. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на две равные части (то есть одинаковые по форме и площади; части могут быть перевернутыми). Резать можно только по линиям сетки. *(Н. Л. Чернятьев)*



Третий тур

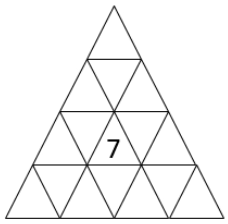
20 февраля 2019 г.

Задача 68. В аудитории за круглым столом сидели 90 пятиклассников и решали одну и ту же задачу. Каждый получил некоторый ответ и записал его в черновик. При этом правильный ответ получили более 60 человек. Перед тем, как сдать тетради, каждый из школьников посмотрел в черновик одного из двух своих соседей и записал в свой чистовик увиденный там ответ. Докажите, что не менее 32-х ответов в чистовиках пятиклассников оказались правильными.

(Н. Л. Чернятьев)

Задача 69. В треугольных ячейках фигурки справа записаны числа. Известно, что сумма чисел в фигурке из трех треугольников, соединённых по стороне (любым образом повернутой), одна и та же. Костя выяснил, что в центре стоит число 7. Найдите сумму чисел во всех ячейках.

(Е. Ю. Иванова, Олимпиада шестиклассников «Дважды Два», 2017 г.)



Задача 70. Дана доска 9×9. В середине доски стоит фишка. Костя и Никита играют в игру, по очереди передвигают фишку в соседнюю по стороне клетку. Но нельзя сразу делать ход, противоположный ходу соперника, то есть, если соперник сходил вниз, то сразу после этого хода нельзя ходить вверх, если соперник ходил влево, нельзя сразу после этого хода ходить вправо и т. д. Выигрывает тот, кто первым поставит фишку в клетку, в которой она уже была. Начинает Костя. Кто может всегда выигрывать в этой игре и как он должен для этого играть?

(Н. Л. Чернятьев)

Задача 71. Каждый день Леша съедает от 1 до 10 бутербродов. Леша утверждает, что за все понедельники февраля 1919 года (аж век назад!) он съел на 37 бутербродов больше, чем за все субботы этого же месяца. Не ошибается ли Леша?

Задача 72. Можно ли клетки квадрата 8×8 раскрасить ровно в 5 цветов так, чтобы выполнялись два условия: **1)** клетки каждого цвета образовывали связную фигуру **2)** в каждом столбце и в каждой строке были клетки ровно 3-х цветов? (Фигура называется **связной**, если из каждой клеточки фигуры можно добраться до любой другой, передвигаясь только в соседние по стороне клеточки.)

(Н. Л. Чернятьев)

Задача 73. С числом можно делать следующую операцию: любые две рядом стоящие цифры заменять на их произведение. (Например из числа 5432 можно получить числа 2032, 5122 или 546). Можно ли при помощи таких операция из числа 987777765 получить число 123333345?

(Н. Л. Чернятьев)

Задача 74. На столе по кругу лежат семь одинаковых по весу и виду золотых монет. Фальшивомонетчик Иннокентий заменил из них какие-то (может быть всего одну, но хотя бы одну точно) фальшивыми, по виду точно такими же, но более легкими. При этом никакие две рядом лежащие монеты не стали фальшивыми. Как за три взвешивания на чашечных весах без гирь узнать, сколько монет на столе фальшивых? (Фальшивые монеты весят одинаково)

(Н. Л. Чернятьев)

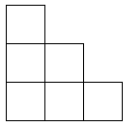
Задача 75. Периметр фигуры, состоящей из двух клеточек, ровно в 3 раза больше площади. Существуют ли еще связные фигуры из клеточек, у которых периметр ровно в 3 раза больше площади?

(Н. Л. Чернятьев)

Блиц-бой за II место в подгруппе

20 февраля 2019 г.

Задача 76. Сколькими различными способами из шестиклеточной фигуры «лесенка» можно вырезать 2 клетки так, чтобы фигура осталась связной?



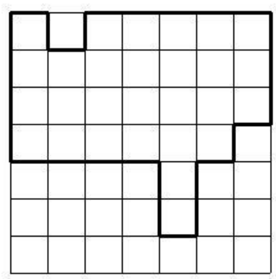
Задача 77. Разрежьте квадрат 6×6 клеток на две части так, чтобы у **первой** части площадь была на 2 клетки больше, чем у **второй**, а у второй части периметр был на 2 больше, чем у первой. (Резать можно только по сторонам клеток. Длина стороны клетки равна 1.)

Задача 78. Найдите наименьшее десятизначное число, состоящее из попарно различных цифр, у которого сумма первых двух цифр равна сумме последних трех цифр.

Задача 79. Найдите последнюю цифру значения выражения $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 2019^2$.

Задача 80. В комнате находится 10 человек, некоторые из них всегда говорят правду, а остальные всегда лгут. На каждого из них надета черная или белая шапка. Каждый из них сказал: «Среди остальных 9 человек (всех, кроме меня) ровно трое носят черные шапки.» Сколько из них может быть лжецами? *(XVII Уральский турнир, командная олимпиада)*

Задача 81. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на 4 одинаковые по форме и площади части. Резать можно только по сторонам клеточек. Части можно поворачивать и переворачивать. *(Н. Л. Чернятьев)*



Задача 82. У Антона есть две цистерны объемом 1001 литров и 26 литров. Он может набирать воду из реки и переливать воду из цистерны в цистерну. Сколько различных ненулевых объемов воды он может отмерить в цистерне с объемом 1001 л?

Задача 83. В мешке лежат белые, синие, красные шарики (как патриотично!), если вытащить любые 10 шариков из мешка, среди них точно найдется белый шарик. Перечислите все возможные варианты количества красных шариков в мешке.

Финал

21 февраля 2019 г.

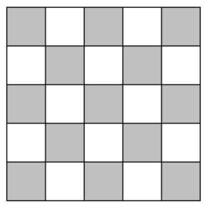
Задача 84. 10 школьников вечером звонили друг другу, никакие два школьника не разговаривали более 1 раза, при этом Ипполит (один из этих 10 школьников) имел разговоров меньше, чем кто-либо другой из этой компании, всего лишь четыре. Докажите, что найдутся 3 школьника, которые попарно разговаривали друг с другом, то есть каждый из них разговаривал с каждым из остальных. *(предложил Н. А. Михайловский)*

Задача 85. В цветочном городе живет 100 коротышек. Коротышки часто ходят друг к другу в гости. Когда коротышка А идет в гости к коротышке Б, то, если оказывается, что в этом месяце никто из них не был в гостях у другого, тогда он обязательно приносит с собой в подарок один из своих комнатных цветов. В начале апреля у всех коротышек дома было ровно по 100 комнатных цветов, а к концу апреля оказалось, что каждый коротышка сходил в гости к каждому коротышке. Докажите, что хотя бы у одного коротышки в конце апреля стало дома больше 100 комнатных цветов. *(Н. Л. Чернятьев)*

Задача 86. Есть 7 монет: 3 настоящие (они весят одинаково) и 4 фальшивые (они все весят одинаково, но отличаются по весу от настоящих; при этом непонятно в какую сторону). По виду все монеты неразличимы. Как за 3 взвешивания на чашечных весах без гирь хотя бы про какую-то монету выяснить: фальшивая она или настоящая? *(Н. Л. Чернятьев)*

Задача 87. За круглым столом сидят 20 человек. Некоторые из них всегда говорят правду, а остальные всегда врут. У ведущего имеется 20 карточек, на каждой из которых написано число 1, 2 или 3. Он раздал каждому по карточке и спросил, какое число там написано. Все ответили: «На моей карточке написано число 1!» Ведущий как-то иначе раздал эти же самые карточки и повторил свой вопрос. Все ответили: «На моей карточке написано число 2!» Ведущий третий раз раздал эти же карточки и задал тот же вопрос. Может ли оказаться так, что все ответят: «На моей карточке написано число 3»? (Не забудьте обосновать свой ответ!) *(Н. Л. Чернятьев)*

Задача 88. Клетки доски 5×5 закрашены в шахматном порядке, причем угловые клетки черные. Миша разрезал эту доску по сторонам клеток на пять связных пятиклеточных фигур (такие фигуры называются фигурами пентамино; среди фигур могут быть как разные, так и одинаковые фигуры). Могло ли так оказаться, что более чем в половине фигур больше половины клеток белые? *(Н. Л. Чернятьев)*



Задача 89. На столе лежит 100 карточек с числами от 1 до 100, каждое число встречается по одному разу. Антон и Боря по очереди (начинает Антон) берут себе по одной карточке. После 50 пар ходов Антон подсчитывает сумму чисел на своих карточках, он хочет, чтобы она делилась на 99. Сможет ли Боря ему помешать?

Задача 90. Никита написал в ряд на доске 90 трехзначных чисел (не обязательно разных) таких, что первое число в ряду делится на 10, второе — на 11, третье — на 12, ..., девяностое — на 99. Докажите, что для записи этих трехзначных чисел использовано более трех различных цифр. *(Н. Л. Чернятьев)*

Задача 91. Мальвина составила из десяти попарно различных натуральных чисел (то есть в наборе нет одинаковых чисел) пять примеров на сложение двух слагаемых, взяв в качестве слагаемых в каждый пример эти числа, каждое по разу в одну из пар слагаемых. Буратино сосчитал эти примеры и получил ответы: 20, 21, 22, 23, 24. Мальвина из этих же чисел составила пять новых примеров на сложение. В этот раз Буратино посчитал и получил ответы: 10, 14, 16, 25, 45. Докажите, что Буратино где-то ошибся в своих подсчетах. *(Н. Л. Чернятьев)*

3 Первая лига 5 класса

Первый тур

18 февраля 2019 г.

Задача 92. В десятичной записи числа A встречаются только цифры 1, 2, 3, 4 (одна и та же цифра в числе может встречаться несколько раз). Каждую цифру числа A удвоили и получили число B. Докажите, что среди чисел $\overline{AB}$ (число B приписали справа к числу A) и $\overline{BA}$ (число A приписали справа к числу B) хотя бы одно не является квадратом натурального числа.

(Н. Л. Чернятьев)

Задача 93. Каждое утро Катерина выпивает чашечку кофе по одной и той же цене в одной и той же кофейне. Чашечка кофе стоит целое число рублей. Известно, что 1000 рублей хватает на 27 чашечек, а 1400 не хватает на 38 чашечек. Сколько может стоить чашечка кофе?

Задача 94. Как на плоскости отметить 11 точек и 10 прямых так, чтобы на 5 проведенных прямых лежало ровно по 3 отмеченные точки, а на других 5 проведенных прямых лежало по 4 отмеченные точки?

Задача 95. Косте подарили двое часов со стрелочками. Но у них есть дефект: одни часы спешат на 15 минут в час, а другие отстают на 5 минут в час. 18 февраля в полдень Костя поставил часы по Московскому времени. Когда часы впервые покажут одно и то же время?

(Н. Л. Чернятьев)

Задача 96. На доске написано записано число. Каждую секунду происходит следующее: сначала последнюю цифру числа на доске стирают, затем к оставшемуся числу прибавляют удвоенную стертую цифру и полученную сумму записывают на доску, полностью стирая старое число. Например, если на доске в какой-то момент появилось число 123, то после него на доске появится число $12 + 3 \cdot 2 = 18$; а если было число 20, то вместо него на доске появится число $2 + 0 \cdot 2 = 2$. Какое число будет на доске через час, если сначала записать на доску число 1102?

(Н. А. Михайловский)

Задача 97. На столе лежит набор красных и зеленых кубиков. Костя разложил их все на две кучки так, что в одной из них красных кубиков в два раза больше, чем зеленых, а в другой зеленых в два раза больше, чем красных. Никита разложил все эти же кубики на две кучки так, что в одной красных кубиков в три раза больше, чем зеленых, а в другой зеленых в три раза больше, чем красных. Какое наименьшее количество кубиков могло быть в таком наборе?

(Жюри, по мотивам фольклора)

Задача 98. Пете подарили набор из 6 гирек, на которых были написаны массы 1 г, 2 г, 3 г, 4 г, 5 г, 6 г; все массы встречались ровно 1 раз. Оказалось, что веса 5 гирек из набора соответствуют надписям на них, а одна гирька оказалась бракованной — ее вес меньше указанного. За какое наименьшее количество взвешиваний на чашечных весах без стрелок можно гарантировано найти бракованную гирьку?

Задача 99. Цифры от 5 до 9 зашифровали буквами, и вышло неравенство:

$$\text{М} < \text{И} > \text{Н} < \text{И} < \text{Б} > \text{О} > \text{И}$$

(одинаковыми буквами зашифрованы одинаковые цифры, разными буквами — разные цифры). Чему равна сумма Б + О + М + Б + О + Н?

(К. Н. Бондаренко)

Второй тур

19 февраля 2019 г.

Задача 100. Бин и Бом решили развлечься. Бин выкладывает карточки с числами от 1 до 100 в некотором порядке, а Бом затем пытается переложить их по возрастанию. Бому разрешается поменять либо две карточки, лежащие через одну, либо две карточки, лежащие через четыре. Всегда ли Бому удастся это сделать? *(Жюри)*

Задача 101. В классе 24 девочки и 25 мальчиков. На 23 февраля каждая девочка послала несколько смс-сообщений мальчикам с поздравлением, при этом каждая девочка поздравила менее половины мальчиков, но все девочки послали одно и то же количество сообщений. Докажите, что найдутся 2 мальчика, которые получили одно и то же количество поздравлений. *(Жюри)*

Задача 102. На остановке стояли 30 рыцарей и лжецов. (Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда врут.) Им задали вопрос: «Кого среди вас больше: рыцарей или лжецов?». «Больше лжецов» — ответили 8 человек, «Больше рыцарей» — ответили 12 человек, «Поровну» — ответили 10 человек. Сколько лжецов среди стоящих на остановке?

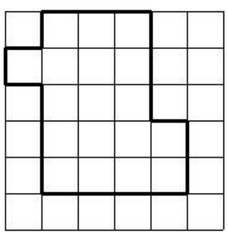
Задача 103. Два брата Антонио и Борацио легли спать с твердым намерением собрать по утру яблок с 3-х яблонь их отца. Сначала проснулся Антонио и собрал половину всех яблок с одной из яблонь, треть всех яблок с другой из двух яблонь и шестую часть яблок с оставшейся яблони. Потом проснулся Борацио и собрал половину оставшихся яблок с какой-то из 3-х яблонь (не обязательно с той, с которой собрал половину Антонио), затем треть оставшихся яблок с другой из двух оставшихся яблонь и шестую часть с оставшейся яблони. Могли ли Антонио и Борацио собрать поровну яблок? *(Н. А. Михайловский, Н. Л. Чернятьев)*

Задача 104. Костя готовит лимонад на продажу. Для производства одной порции лимонада по Костиному рецепту требуется один лимон и полстакана сахара, оставшуюся часть составляет вода. Лимоны и сахар Костя покупает, а воду бесплатно набирает из-под крана. Стоимость одной порции состоит из стоимости затраченного на нее лимона, стоимости затраченного сахара, и оплаты Костиного труда. Костя продавал порцию лимонада за 10 рублей. Но однажды сахар подорожал в 3 раза. Из-за этого стоимость порции напитка возросла до 17 рублей. Потом лимоны подорожали в 3 раза. Из-за этого стоимость порции возросла до 25 рублей. Сколько денег с продажи каждой порции получает Костя за свой труд? *(Е. В. Бакаев)*

Задача 105. Можно ли на прямой поставить 5 точек так, чтобы расстояние между какими-то двумя из них было 1 см, между какими-то двумя — 2 см, между какими-то двумя — 3 см, ..., между какими-то двумя — 10 см? *(Фольклор)*

Задача 106. На столе лежат 5 одинаковых на вид золотых монет: две по 100 грамм, две по 99 грамм и одна 97 грамм. Как при помощи двухчашечных весов без стрелок за 2 взвешивания найти самую лёгкую монету? *(Н. Л. Чернятьев)*

Задача 107. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на две равные части (то есть одинаковые по форме и площади; части могут быть перевернутыми). Резать можно только по линиям сетки. *(Н. Л. Чернятьев)*

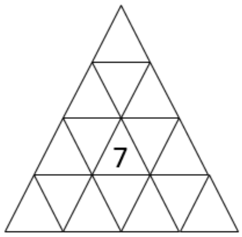


Третий тур

20 февраля 2019 г.

Задача 108. Каждый из детей одной семьи заявил, что у него ровно 4 брата (имеются в виду родные братья). При этом треть детей сказала правду, а остальные дети ошиблись. Сколько детей может быть в семье? *(Н. А. Михайловский, К. Н. Бондаренко)*

Задача 109. В треугольных ячейках фигурки справа записаны числа. Известно, что сумма чисел в фигурке из трех треугольников, соединённых по стороне (любым образом повернутой), одна и та же. Костя выяснил, что в центре стоит число 7. Найдите сумму чисел во всех ячейках. *(Е. Ю. Иванова, Олимпиада шестиклассников «Дважды Два», 2017 г.)*



Задача 110. Дана доска 7×7. В середине доски стоит фишка. Костя и Никита играют в игру, по очереди передвигают фишку в соседнюю по стороне клетку. Но нельзя сразу делать ход, противоположный ходу соперника, то есть, если соперник сходил вниз, то сразу после этого хода нельзя ходить вверх, если соперник ходил влево, нельзя сразу после этого ходя ходить вправо и т. д. Выигрывает тот, кто первым поставит фишку в клетку, в которой она уже была. Начинает Костя. Кто может всегда выигрывать в этой игре и как он должен для этого играть? *(Н. Л. Чернятьев)*

Задача 111. Каждый день Леша съедает от 1 до 10 бутербродов. Леша утверждает, что за все понедельники февраля 1919 года (аж век назад!) он съел на 37 бутербродов больше, чем за все субботы этого же месяца. Не ошибается ли Леша?

Задача 112. Можно ли клетки квадрата 8×8 раскрасить ровно в 5 цветов так, чтобы выполнялись два условия: **1)** клетки каждого цвета образовывали связную фигуру **2)** в каждом столбце и в каждой строке были клетки ровно 3-х цветов? (Фигура называется **связной**, если их каждой клеточки фигуры можно добраться до любой другой, передвигаясь только в соседние по стороне клеточки.) *(Н. Л. Чернятьев)*

Задача 113. Маша загадала двузначное число и сообщила его мальчикам. Антон сказал, что в загаданном Машей числе есть цифра 7; Боря утверждает, что есть цифра 5; Вова заявил, что число четное; Гоша уверяет, что число делится на 19; Дима сказал, что в загаданном числе цифры различны. Какое число загадала Маша, если известно, что четверо мальчиков сказали правду, а один мальчик ошибся? *(Н. А. Михайловский)*

Задача 114. По кругу лежат пять одинаковых по весу и виду золотых монет. Фальшивомонетчик Иннокентий заменил из них какие-то (может быть всего одну, но хотя бы одну точно) фальшивыми, по виду точно такими же, но более легкими. При этом никакие две рядом лежащие монеты не стали фальшивыми. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь узнать, сколько монет фальшивых? (Фальшивые монеты весят одинаково.) *(Н. Л. Чернятьев)*

Задача 115. Никита раскладывал все свои дипломы по папкам. Когда он раскладывал дипломы по 13 штук в каждую папку он смог наполнить только 12 папок (возможно у него после этого остались дипломы, но следующую папку он заполнить не смог). Тогда Никита стал заново раскладывать все свои дипломы по 12 штук в папку, и он смог заполнить 14 папок (возможно у него и после этого остались дипломы, но следующую папку он заполнить не смог). Сколько у Никиты может быть дипломов? *(Н. А. Михайловский)*

Финал

21 февраля 2019 г.

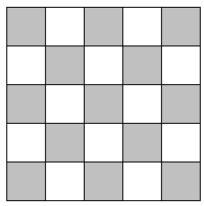
Задача 116. Когда Никита Андреевич учился в 5, 6 и 7 классах, он еще читал книги. За время своего обучения в 5 и 6 классах он прочитал в 2 раза меньше книг, чем за время обучения в 6 и 7 классах. При этом за 7-й класс он прочитал на 20 книг больше, чем за 6-й класс. Сколько книг Никита Андреевич прочитал за 5-й класс? *(Н. А. Михайловский)*

Задача 117. По поляне бегали собаки, лисы и курицы. Собаки бегали за лисами, а лисы за курицами, причем суммарное количество собак и лисиц было равно общему количеству куриц. Через час лисы съели всех куриц (каждая лиса съела ровно по 2 курицы), а собаки ни одной лисицы не поймали. У кого в самом начале было больше лап (ног): в сумме у всех собак или в сумме у всех куриц? *(Н. А. Михайловский, Н. Л. Чернятьев)*

Задача 118. Есть 5 монет: 2 настоящие (они весят одинаково) и 3 фальшивые (они все весят одинаково, но отличаются по весу от настоящих; при этом непонятно в какую сторону). По виду все монеты неразличимы. Как за 2 взвешивания на чашечных весах без гирь хотя бы про какую-то монету выяснить: фальшивая она или настоящая? *(Н. Л. Чернятьев)*

Задача 119. За круглым столом сидят 20 человек. Некоторые из них всегда говорят правду, а остальные всегда врут. У ведущего имеется 20 карточек, на каждой из которых написано число 1, 2 или 3. Он раздал каждому по карточке и спросил, какое число там написано. Все ответили: «На моей карточке написано число 1!» Ведущий как-то иначе раздал эти же самые карточки и повторил свой вопрос. Все ответили: «На моей карточке написано число 2!» Ведущий третий раз раздал эти же карточки и задал тот же вопрос. Может ли оказаться так, что все ответят: «На моей карточке написано число 3»? (Не забудьте обосновать свой ответ!) *(Н. Л. Чернятьев)*

Задача 120. Клетки доски 5×5 закрашены в шахматном порядке, причем угловые клетки черные. Миша разрезал эту доску по сторонам клеток на пять связных пятиклеточных фигур (такие фигуры называются фигурами пентамино; среди фигур могут быть как разные, так и одинаковые фигуры). Могло ли так оказаться, что более чем в половине фигур больше половины клеток белые? *(Н. Л. Чернятьев)*



Задача 121. На столе лежит 100 карточек с числами от 1 до 100, каждое число встречается по одному разу. Антон и Боря по очереди (начинает Антон) берут себе по одной карточке. После 50 пар ходов Антон подсчитывает сумму чисел на своих карточках, он хочет, чтобы она делилась на 99. Сможет ли Боря ему помешать?

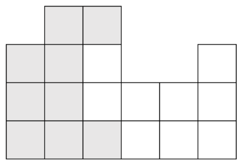
Задача 122. Цифры пятизначного числа записали в обратном порядке и из исходного числа вычли полученное. Может ли полученная разность быть равна 10998?

Задача 123. Мальвина составила из десяти попарно различных натуральных чисел (то есть в наборе нет одинаковых чисел) пять примеров на сложение двух слагаемых, взяв в качестве слагаемых в каждый пример эти числа, каждое по разу в одну из пар слагаемых. Буратино сосчитал эти примеры и получил ответы: 20, 21, 22, 23, 24. Мальвина из этих же чисел составила пять новых примеров на сложение. В этот раз Буратино посчитал и получил ответы: 10, 14, 16, 25, 45. Докажите, что Буратино где-то ошибся в своих подсчетах. *(Н. Л. Чернятьев)*

4 Решения задач

1. Если сумма трех чисел на 20 больше первого числа, то сумма 2-го и 3-го числа как раз равна 20, ведь сумма трех чисел больше первого слагаемого на сумму оставшихся двух слагаемых. Аналогично сумма 1-го и 3-го чисел равна 30, а сумма 1-го и 2-го равна 40. Если сложить попарные суммы чисел $20+30+40=90$, то получим удвоенную сумму всех трех чисел, то есть она равна $90:2=45$. Тогда третье число равно 5, второе равно 15, а первое число равно 25. *Ответ.* 5, 15, 25.

2. Разрезание показано на рисунке.



3. Гриша 47 раз ходил в разведку, значит Антон, Боря и Вова в сумме 47 раз ходили в разведу в паре с Гришей. Но Антон, Боря и Вова всего ходили в разведку $15+9+23=47$ раз. Значит, каждый поход в разведку был устроен так: шел Гриша и еще кто-то из ребят, а Антон, Боря и Вова парами между собой в разведку не ходили. Значит, все 9 походов Бори в разведку были с Гришей. *Ответ.* 9 раз.

4. Например, так: **С**П**А**НИЕЛЬ → АПС**Н**ИЕЛ**Ь** → АПС**Ь**ИЕ**Л**Н → АПСЛ**И**Е**Ь**Н → → АП**С**ЛЬ**Е**ИН → АПЕЛЬСИН.

5. Спереди мы видим 5 башенок из кубиков, поэтому сверху будет видно хотя бы по 5 разных квадратов от этих башенок. Пример на 5 квадратов тоже есть. Рассмотрим вид сверху, по диагонали квадрата 5×5 расставим 5 башенок из кубиков (а остальные 20 клеток квадрата будут пустыми): по 1 кубику в крайних башнях диагонали, 3 кубика в башне на середине диагонали и по 2 кубика в остальных 2-х башнях.

6. Заметим, что единственное расположение квадратиков внутри прямоугольника — это 5 в ряд *(этот факт принимается без строгого доказательства от сдающего, достаточно озвучить его)*. Тогда суммарный периметр квадратов больше периметра исходного прямоугольника на удвоенную сумму длин разрезов исходного прямоугольника, а всего нужно сделать 4 разреза, чтобы получить 5 квадратов. Тогда 120 см — это $2\cdot 4=8$ раз ширина исходного прямоугольника, а соотношение сторон у него $1:5$. Ширина тогда равна $120:8=15$ см, а длина $15\cdot 5=75$ см. *Ответ.* 15×75.

7. Заметим, что в любой тройке не может быть одновременно рыцаря и лжеца, т. к. в этом случае лжец в этой тройке будет говорить правду. Остается рассмотреть варианты, когда в тройке все рыцари либо все лжецы. Оба этих вариант внутри одной тройки возможны. Тогда общее количество рыцарей на острове должно делиться на 3, так как количество рыцарей в любой тройке делится на 3, но число 2018 не делится на 3, поэтому на острове не может быть 2018 рыцарей.

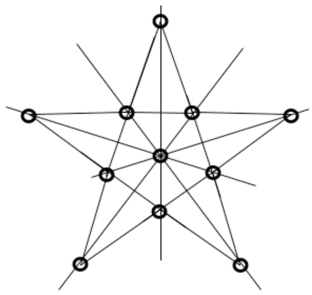
8. Нам нужно доказать, что у этого ребуса нет решений. Перепишем этот пример в столбик. Посмотрим на сумму цифр М + П в разряде тысяч, она не больше 17 и не меньше 9, ведь переход от сложения двух цифр из предыдущего разряда равен 1 (либо 0, если перехода вообще не возникает). Значит, цифра Д = 1. При этом на конце суммы М + П стоит цифра под буквой О в разряде тысяч и цифра под буквой Р в разряде десятков; значит, в одном случае происходил переход через десяток в предыдущем относительно М + П разряде, а в другом случае перехода не было в предыдущем относительно М + П разряде . При этом перед суммой М + П все время стоит сумма А + А, но если в одном случае сложения А + А перехода не было, то А не больше 4, то есть сумма А + А не больше 8, но чтобы в другом случае сложения А + А переход в этом разряде был, из предыдущего разряда к А + А должна перейти хотя бы 2, что невозможно при сложении двух цифр.

9. Заметим, что король на любом месте шахматной доски бьет хотя бы 3 другие клетки, поэтому, если расставить 62 короля на шахматную доску, то пустыми останутся всего лишь 2 клетки, тогда с любым королем не может быть рядом 3 и более пустых клеток, тогда каждый король будет бить хотя бы одного другого короля. Если королей 61 и менее, тогда возьмем такую расстановку: на клетку $a1$ поставим одного короля, клетки $a2$, $b1$ и $b2$ оставим пустыми. Останутся еще 60 клеток доски, туда мы сможем поставить оставшихся $61 - 1 = 60$ королей (Если королей меньше 61, то для оставшихся королей, кроме короля на $a1$, понадобится еще меньше клеток.) *Ответ.* 62.

10. Площадь исходного прямоугольника не менее $3700 \cdot 3 = 11\,100$ клеток. Пусть он имеет размеры $M \times N$. Разделим длины его сторон с остатком на 11: $M = 11a + x$, $N = 11b + y$. Разделим наш прямоугольник на 4 прямоугольника: $11a \times 11b$, $11b \times x$, $11a \times y$, $x \times y$. Очевидно, что прямоугольник, сторона которого делится на 11, мы можем разрезать полностью на прямоугольники 1×11. Значит, из 4 прямоугольников разбиения мы не сможем полностью разрезать на прямоугольники 1×11 только прямоугольник размерами x на y. Какова его площадь? Не более 100 клеточек, ведь x и y — это остатки от деления на 11, а они не превосходят 10, поэтому $x \cdot y \leq 10 \cdot 10 = 100$. Значит, из 11100 клеток доски не принадлежать прямоугольникам 1×11 могут не более 100 клеток, тогда оставшиеся клетки принадлежат прямоугольникам, а их хотя бы $11100 - 100 = 11000$, тогда прямоугольников хотя бы $11000 : 11 = 1000$. Что и требовалось доказать.

11. Предположим, Винни-Пух сможет справиться с задачей. Сложим все суммы в парах соседних секторов. Мы получим удвоенную сумму горшочков во всех секторах, так как каждый горшочек входит в две пары соседних секторов. Значит, чтобы узнать общее количество количество горшочков в круге, нужно сложить в каком-то порядке числа 2011, 2012, ..., 2019 и разделить на 2. Но сумма чисел от 2011 до 2019 является числом нечетным, ведь у нас 5 нечетных и 4 четных слагаемых в сумме, значит, в круге стоит нецелое число горшочков. Противоречие.

12. Нарисуем пятиконечную звезду. В ее центре отметим точку и поведем еще 5 прямых через нее и концы звезды.



13. Если тысячи рублей хватает на 27 чашек, то чашка стоит не более чем на $1000 : 27 = 37$ рублей (ост. 1). Предположим, чашка стоит 36 рублей и менее. Тогда 38 чашек стоят не более $36 \cdot 38 = 1368$ рублей. Тогда 1400 рублей бы хватило на 38 чашек, противоречие. Значит, чашка может стоить только 37 рублей.

14. Не трудно понять, что одного взвешивания недостаточно. Двух взвешиваний хватит. Первое взвешивание: 1 и 2 взвешиваем с 3. а) 1 и 2 легче. Значит, бракованная 1 или 2. Взвешиваем 1 и 5 с 2 и 4. б) 3 легче. Она бракованная. в) 1 и 2 равны. Бракованная среди 4, 5, 6. Взвешиваем 2 и 4 с 1 и 5.

15. Построим эту последовательность: 1102, 114, 19, 19, 19, ... Видно, что через несколько ходов на доске появляется число 19, после чего число на доске не изменяется ход от хода. Значит, и через час на доске будет число 19.

16. Так как положение минутной стрелки однозначно восстанавливается по положению часовой, надо найти момент времени, когда совпадут часовые стрелки. Часовая стрелка первых часов должна обогнать часовую стрелку вторых часов на 12 ч. Первые часы за 4 часа убегают на час, а за 12 часов на 3 часа. Вторые часы за 12 часов отстают на час. Итого, за 12 часов первая стрелка обгоняет вторую на 4 часа. Чтобы обогнать её на 12 часов нужно 36 часов. *Ответ.* в полночь с 19 на 20 февраля.

17. Научимся менять местами любые две соседние карточки, обозначим их как 1 и 2, слева или справа от этих карточек лежит хотя бы 2 карточки в этом ряду (в ряду более 4 карточек). Не умаляя общности будем считать, что слева карточек 1, 2 через одну лежит карточка 3: $3, \ldots, 1, 2$. Приведём алгоритм смены местами 1 и 2: $\mathbf{3}, \ldots, \mathbf{1}, 2 \Rightarrow \mathbf{1}, \ldots, 3, \mathbf{2} \Rightarrow \mathbf{2}, \ldots, \mathbf{3}, 1 \Rightarrow 3, \ldots, 2, 1$. Теперь меняя соседние карточки мы можем первую карточку 2018 заменами переставить на последнее место, вторую карточку за 2017 соседних замен на предпоследнее место, и т. д. Последним действием мы поменяем местами 2 карточки, который в начальном расположении лежали на 2018-м и 2019-м местах. В итоге мы поменяли порядок карт на обратный.

18. Заметим, что в итоге стоимость лимонада увеличилась на $65 - 17 = 48$ рублей. При этом лимоны и сахар подорожали в 4 раза. То есть 48 рублей — это утроенная сумма первоначальных стоимостей лимона и сахара. Тогда сначала лимон и сахар вместе стоили $48 : 3 = 16$ рублей, а Костя за свой труд берет $17 - 16 = 1$ рубль.

19. Девочка не может получить более 24 сообщений, так как мальчиков всего 24. Будем решать от противного, пусть все девочки получили попарно различное число сообщений, упорядочим девочек по возрастанию числа полученных сообщений. Первая в этом ряду получит 0 сообщений, вторая — 1 сообщение, $\ldots$, 25-я девочка получит 24 сообщения. Сколько всего сообщений он получат? $0+1+2+\ldots+24 = 300$. Сколько же сообщений могут отправить мальчики? Поскольку каждый поздравил менее половины девочек, то есть не более 12; тогда мальчиками отправлено не более $24 \cdot 12 = 288$ сообщений, что меньше 300. Противоречие.

20. Выиграет первый игрок. Первым ходом он возьмет 2 камня, останется 775. После этого он будет дополнять ходы второго игрока до 10 взятых камней в каждый из двойных ходов. Через 77 двойных ходов на столе останется 5 камней, после чего игроки сделают еще по ходу в 2 камня и игра закончится, второй игрок не сможет сделать очередной ход в момент, когда на столе останется 1 камень.

21. Заметим, что на такой вопрос рыцари не могут дать разные ответы, поскольку все ответы попарно различны, то и рыцарей на острове не более 1. Покажем, что и 0, и 1 рыцарь на острове быть может. Пусть жители дали все возможные ответы от 1 до 2019 рыцарей. Тогда все люди, сказавшие, что на острове от 2 до 2019 рыцарей точно лжецы, а человек, сказавший про 1 рыцаря, может быть рыцарем (и говорить про себя), либо лжецом (и рыцарей на острове нет вовсе).

22. Заметим, что в 0-ю и 18-ю секунду жуки сидят на одной клетке (это уже 2 посещенных), в 1-ю и 17-ю жуки сидят как максимум на 2-х клетках (это еще $2 + 2 = 4$ посещенных, итого $2 + 4 = 6$ клеток). Во все остальные 15 секунд жуки могут занимать 3 различные клетки, то есть максимум может быть посещено $15 + 6 = 51$ клетка.

23. Да, такое возможно, например, на яблонях может расти 12, 9 и 24 яблока. Антонио взял 6 яблок с первой, 3 со второй и 4 яблока с 3-й яблони. Всего он взял 13 яблок, осталось на яблонях 6, 6 и 20 яблок соответственно. Борацио возьмет 1 яблоко с 1-й яблони, 2 яблока со второй и 10 (половину) с 3-й яблони. В итоге оба брата возьмут по 13 яблок.

24. Рассмотрим все возможные разложения 12 на однозначные множители. $12 = 6 \cdot 2 \cdot 1 = 4 \cdot 3 \cdot 1 = 3 \cdot 2 \cdot 2$. Из первых двух разложений получается по 6 трехзначных чисел, а из второго разложения только 3 трехзначных числа. Тогда все «интересных» чисел $6 + 6 + 3 = 15$.

25. Такое возможно, внимательно проверяйте пример: условие на столбцы и связность каждой фигуры.

26. Среди Антона, Бори и Вовы кто-то точно ошибся, потому что среди чисел 57 и 75 нет четных. Значит, Дима и Гоша правы. Осталось перебрать двузначные числа, делящиеся на 19:

95, 76, 57, 38, 19 Из них подходят только 76 и 57. *Ответ.* 76, 57.

27. В указанном феврале 28 дней, то есть 7 полных недель. Значит, понедельников и суббот в этом феврале было поровну, а именно по 4. Максимум за 4 понедельника Леша может съесть $10 \cdot 4 = 40$ бутербродов, а за 4 субботы он съест хотя бы 4 бутерброда, значит, разница между количеством бутербродов, съеденных в понедельники и субботы не превосходит $40 - 4 = 36$. Леша ошибается.

28. Пронумеруем монеты против часовой стрелкой числами от 1 до 5. Первым взвешиванием сравним 1 и 2. Если среди них есть фальшивая, то рядом с фальшивой есть еще одна настоящая. Останется 2 подозрительные монеты (3, 4 или 4, 5). За второе взвешивание их сравним друг с другом. Если же 1 и 2 оказались настоящими, тогда сравним пары 2, 3 и 4, 5. Если пары равны, то в каждой паре по фальшивой монете, так как хотя бы одна фальшивая монета в круге есть, если же весы показали неравенство, то в легкой паре есть одна фальшивая (так как фальшивые не соседние в круге, а мы взяли пары соседних), ну а в другой паре две настоящие.

29. Выигрывает второй. Допустим первый ход был вверх, тогда нужно сходить вправо. Противник не может пойти вниз, так как соперник тут же выиграет, ему приходится ходить опять вверх. Так будет продолжаться до тех пор, пока фишка не окажется в угловой клетки, из которой первому игроку придется по правилам сделать один возможный ход (вниз), при том проигрышный.

30. Не умаляя общности можем считать, что бутылка стоит 1 рубль, а литр лимонада стоит 20 рублей. В этом случае все цены сохраняются. Из 37000 стоимость бутылок составляет 1000, значит лимонад стоил 36000. Тогда продано $36000 : 20 = 1800$ литров.

31. Заметим, что у всех братьев одной семьи одинаковое количество братьев, и у всех сестер этой семьи одинаковое количество братьев, но у сестер на одного брата больше, потому что любой мальчик не считает себя за брата. Поэтому все братья одновременно говорят правду, а все сестры ошиблись, либо все сестры этой семьи говорят правду, а братья ошиблись. Если правду сказали сестры, то всего в семье 4 мальчика, и мальчики составляют $2/3$ от общего количества детей, а девочки составляют треть от общего количества детей, то есть в семье 2 девочки и 4 мальчика. Если все мальчики сказали правду, то всего мальчиков в семье $4 + 1 = 5$, и они составляют треть от общего количества, то есть в семье 5 мальчиков и 10 девочек во втором случае. *Ответ.* либо 6, либо 15 детей.

32. Если Никита смог наполнить 13 папок по 13 дипломов, то дипломов менее $13 \cdot 13 = 169$. Но Никита смог наполнить 14 папок по 12 дипломов, то есть их хотя бы $14 \cdot 12 = 168$. Тогда дипломов может быть только 168, ответ единственен.

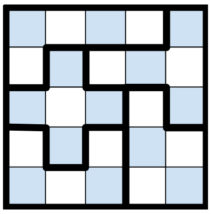
33. Запишем разность из условия задачи: $\overline{abcde} - \overline{edcba} = 9999(a - e) + 990(b - d) = 10998$. Очевидно, что $(a - e)$ может быть равно только 2, так как последняя цифра числа $990(b - d)$ равна 0, значит последняя цифра $9999(a - e)$ равна 8 или 2 (ведь последняя цифра 10998 равна 8, она может быть получена как $8 + 0$ или $10 - 2$), тогда выражение $(a - e)$ равно 2 или 8. Разберем случай $2 = (a - e)$. Тогда $990(b - d) = 19998 - 10998 = 9000$, но 9000 нельзя нацело разделить на 990. Случай $8 = (a - e)$ очевидно не имеет решений, разница между $9999 \cdot 8$ и 10998 явно больше, чем $990 \cdot 9$. *Ответ.* Разность не может быть равна 10998.

34. Рассмотрим граф соответствующий ситуации. В этом графе есть вершина степени 4, а все остальные не меньше 5-ти. Рассмотрим вершину А со степенью не меньше 5-ти. Пусть она соединена с вершинами Б, В, Г, Д, Е (5). Если между какими-то вершинами (5) есть ребро, то нужная тройка есть. Назовем оставшиеся вершины Ж, З, И, К (4). Хотя бы одна вершина из (5) соединена со всеми вершинами из (4), поэтому если между ними есть ребро, то нужная тройка есть. Иначе, посмотрим, где Ипполит. Если он в (4), то все из (5) соединены с (4), и степень Ипполита не менее 5-ти. Если он в (5), то все (4) соединены с (5) и опять, его степень не менее 5-ти.

35. Первым ходом Боря должен забрать одно из чисел 1 или 100, а дальше брать любые карточки, пока не останутся две. Теперь он должен оставить ту карточку, которая в сумме со всеми взятыми Антоном карточками дает число не кратное 99. Почему это возможно. Пусть сумма карточек у Антона сейчас равна s, и остались карточки x, y. Если $s+x$ и $s+y$ делится на 99, то их разность тоже делится на 99, тогда $x-y$ делится на 99, чего не может быть, так как 1 или 100 среди взятых. *Ответ.* Сможет.

36. Из первого условия следует, что нет чисел больше 23. Во втором условии есть число 45, тогда его можно представить только как 22+23. Но тогда числа 23 и 24 в первом условии придется представлять как $23 = 22 + 1$ и $24 = 23 + 1$.

37. Могло, например, так.



38. В первый раз все ответили: «На моей карточке написано число 1», это значит, что тем, кто всегда говорит правду попались карточки с «1», а тем, кто в всегда врет — с «2» и «3». Тогда, карточек с «1» ровно столько, сколько и людей, которые всегда говорят правду. Аналогично из второго ответа следует, что карточек с «2» ровно столько, сколько людей, которые всегда говорят правду. Если бы в третий раз все сказали: «На моей карточке написано число 3», то из этого следовало, что карточек с «3» тоже ровно столько, сколько людей, которые всегда говорят правду. И тогда получалось бы, что всего карточек в три раза больше, чем людей, которые всегда говорят правду. Но карточек всего 20, а 20 не делится на 3. *Ответ.* Не может.

39. Пронумеруем монеты: 1, 2, . . . , 5. Сделаем два взвешивания 1 и 2, 3 и 4. Там где неравенство — это фальшивая и настоящая. Где равенство — две одинаковые монеты. а) Везде равенство или два неравенста. Среди монет 1, . . . , 4 по четному количеству каждого вида, 5-я монета фальшивая. б) Одно неравенство и одно равенство. Среди монет 1, . . . , о по нечетному количеству монет каждого вида. Значит 5-я это настоящая.

40. Между выходными и средой «расстояние» в 2 дня, поэтому для того, чтобы отдыхать Коле более 3 дней подряд, нужно найти хотя бы 2 подряд идущих дня, в которых встречается цифра 3, это могут быть только дни 30 и 31, если эти дни приходятся на интервал между средой и выходными, то Коля сможет отдыхать уже 5 дней, понятно, что в остальных случаях он будет отдыхать менее 5 дней. Пусть 30 и 31 января выпали на четверг и пятницу, тогда Коля будет отдыхать 29 января, поскольку это среда 30 и 31 января, поскольку это дни с цифрой 3, также он будет отдыхать 1 и 2 февраля, поскольку это суббота и воскресенье, и, не забудем про это, он будет отдыхать 3 марта. Поэтому, если интервал между средой и выходными приходится на 30 и 31, то Коля будет отдыхать 6 дней, в процессе наших рассуждений мы показали, что это наибольшее количество подряд идущих дней, когда Коля отдыхает.

41. Приведем пример решения с использованием уравнений, ясно, что дети могут провести подобные рассуждения используя навыки, приобретенные на занятии по теме «Части». Пусть за 6-й класс x книг прочитано, тогда вместе за 6-й и 7-й класс прочитано $x + x + 20$, что должно быть в 2 раза больше, чем за 5-й и 6-й, то есть за 5-й и шестой прочитано ровно $(2x + 20) : 2 = x + 10$, но лишь за один 6-й класс прочитано x книг, значит, за 5-й прочитано 10.

42. Поскольку каждая лисица съела по 2 курицы, то лисиц изначально было в 2 раза меньше, чем куриц, то есть число лисиц составляло половину от числа куриц. Но всего лисиц и собак было столько же, сколько и куриц, значит, и число собак составляло половину (вторую из половин) от числа куриц. Значит, собак и лисиц было поровну, при этом ровно в 2 раза меньше, чем куриц. Если собак на поляне было в 2 раза меньше, чем куриц, то лап(ног) у них было поровну, ведь у собаки в 2 раза больше лап, чем у курицы.

43. Пусть стороны прямоугольного участка равны a и b. Тогда после первого расширения участок увеличился на $2a + 2b + 1 \cdot 4$ квадратных метров. А после второго расширения на $2(a+2) + 2(b+2) + 1 \cdot 4 = 2a + 2b + 12$. Как видно, это на 8 квадратных метров больше, чем в текущем году. Придётся заплатить $100 + 8 = 108$ рублей.

44. Чтобы получить дополнительные 3 выстрела, нужно попасть в цель. Кроме первых 3 выстрелов Вова сделал еще $2019 - 3 = 2016$ выстрелов; значит он попал в цель $2016 : 3 = 672$ раза. Остальные были промахами, то есть ответ $2019 - 672 = 1347$ он промахнулся.

45. Например, так: С**ПАНИ**ЕЛЬ → **СИНАПЕЛЬ** → **ЬЛЕПА**НИС → АПЕЛЬ**НИС** → → АПЕЛЬСИН.

46. См. решение задачи **3**

47. См. решение задачи **5**

48. См. решение задачи **6**

49. См. решение задачи **7**

50. См. решение задачи **8**

51. Посмотрим на линии сетки, которые проходят через весь прямоугольник и разрезают его на 2 других прямоугольников. Всего у прямоугольника 10×40 есть $(10-1)+(40-1) = 9+39 = 48$ линий. Для каждой фигуры Г-тетрамино существует ровно 1 линия, которая разрезает его на 2 доминошки. Предположим противное, то есть каждая линия пересекает меньше 3 фигурок Г-тетрамино, тогда для каждой линии существует не более двух фигурок Г-тетрамино, которые разрезаются этой линией на 2 доминошки. Тогда всего количество фигурок Г-тетрамино на доске не должно превосходить удвоенного количества линий, то есть $48 \cdot 2 = 96$, но, напомним, для каждой фигуры Г-тетрамино существует такая линия, а фигурок разбиения всего $10 \cdot 40 : 4 = 100$, что больше 96. Противоречие, значит, действительно найдется линия, которая разрезает не менее 3 фигурок Г-тетрамино на доминошки.

52. Квадрат числа может оканчиваться на 0, 1, 4, 5, 6 и 9. Если число A оканчивается на 2 или 3, то $\overline{BA}$ не квадрат. Если A оканчивается на 1 или 4, то B оканчивается на 2 или 8, тогда $\overline{AB}$ не квадрат.

53. См. решение задачи **10**

54. См. решение задачи **12**

55. См. решение задачи **16**

56. Построим эту последовательность: 2019, 219, 39, 21, 4, 8, 16, 13, 7, 14, 9, 18, 17, 15, 11, 3, 6, 12, 5, 10, 1, 2, 4, 8, 16, 13, 7, 14, 9, 18, 17, 15, 11, 3, 6, 12, 5, 10, 1, 2, 4. Замечаем, что последовательность зацикливается на 40-й секунде, с перидом 35. И есть предпериод длины 3. $3 + 102 \cdot 35 = 3570$. Значит, через час получится 3.

57. *Оценка.* Из первого условия следует, что в каждой кучке количество кубиков делится на 3. Значит и во всем наборе количество кубиков делится на 3. Из второго условия следует, что количество кубиков в наборе делится на 4. Наименьшее число, которое делится на 3 и 4 это 12. *Пример.* 5 зеленых и 7 красных (3+6 и 2+1, 2+6 и 3+1). *Ответ.* 12.

58. См. решение задачи **14**

59. Из неравенства следует, что Н и М меньше, чем И, но неизвестно, какая из букв обозначает меньшее число. Ещё известно, что Б > О > И. Следовательно, (Н, М) < И < О < Б. Всего 5 различных букв, и было 5 различных цифр, значит, в неравенстве присутствуют все числа от 5 до 9. Поэтому можно сделать вывод, что зашифровано $(5, 6) < 7 < 8 < 9$. Тогда сумма равна $2 \cdot 9 + 2 \cdot 8 + 5 + 6 = 45$.

60. Да, всегда. 123456 → 125436 → 521436 → 621435 → 126435 → 123465 — так умеем менять любые два соседних числа.

61. См. решение задачи **19**

62. Все лжецы быть не могут, так как последний из них не смог бы сказать ни одну из фраз.

16 и больше рыцарей быть не может, так как 15 последних из них могли сказать только «Сзади меня нет ни одного лжеца», а таких фраз было 14. Пример, Р Л Л ... Л Р Р ... Р. Первый из рыцарей говорит и последний из лжецов говорят «Впереди меня нет ни одного рыцаря». Оставшиеся лжецы могут сказать любую фразу, поэтому рыцарей в «хвосте» может быть от 0 до 14. *Ответ.* от 1 до 15.

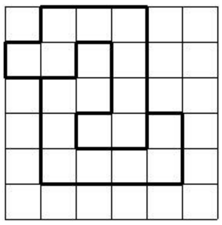
63. См. решение задачи **23**

64. Аналогично задаче 18: $10 - (25 - 10) : 2 = 2{,}5$ рублей.

65. Каждый отрезок между двумя соседними точками посчитан четное число раз, поэтому сумма всех попарных расстояний должна быть четной.
Другое решение. Длина отрезка между крайними точками равна сумме длин четырех отрезков. Такое возможно только при $1, 2, 3, \ldots, 10$: $1 + 2 + 3 + 4 = 10$. Каждое расстояние должно быть ровно 1 раз. Тогда 1 не может быть рядом с 2 и 3, так как тогда $1 + 2 = 3$ и $1 + 3 = 4$. Тогда получим $1 + 4 = 2 + 3$.

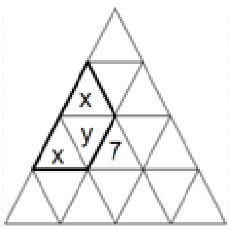
66. Назовем монеты Т, Т, С, С, Л (тяжелая, средняя, легкая). Заметим, что С + С > Т + Л. Пронумеруем монеты 1, 2, 3, 4, 5. Первое взвешивание. 1, 2 и 3, 4. Если равенство, то 5 — Л. Допустим 1, 2 > 3, 4. Как такое может быть: (1) Т + Т > С + С, (2) Т + Т > С + Л , (3) Т + С > Т + Л, (4) Т + С > С + Л и (5) С + С > Т + Л. Взвесим 3 и 4. Равенство возможно только в случае (1), т Л это 5.В случае неравенства более легкая монета и есть Л.

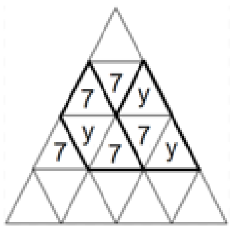
67. Разрезание показано на рисунке.



68. Написавших неправильный ответ было не более 29 человек. Каждый неправильный ответ был мог переписан не более двух раз. И того неправильных ответов не могло быть более $29 \cdot 2 = 58$. Значит правильных не менее $90 - 58 = 32$.

69. Пусть сумма в трапеции равна $7 + x + y$, а в левой трапеции $x + y + x$ (первый рисунок). Отсюда $x = 7$. Дальше расставляем 7 и y. Сумма в трапеции теперь $14 + y$, а в выделенной справа $2y + 7$ (второй рисунок), откуда и $y = 7$. Значит, во всех треугольниках написаны 7, значит, сумма равна $7 \cdot 16 = 112$.





70. См. решение задачи **29**

71. См. решение задачи **27**

72. См. решение задачи **25**

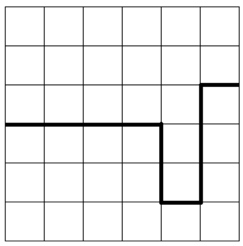
73. Заметим, что предпоследняя цифра всегда будет четной, а значит с последней цифрой нельзя делать никаких действий, иначе на конце появится 0. Так же количество цифр не может уменьшаться. Основная идея, обратный ход. Откуда могло появиться число 123333345? С последними двумя цифрами действия не происходило; 34, 33, 23 нет в таблице умножения. То есть в последнем ходе мы получили 12. Есть четыре варианта: 263333345, 623333345, 343333345, 433333345. В последних трех вариантах нет двузначного числа из таблицы умножения. Откуда могло появиться число 263333345? — из 2793333345 или из 7293333345. Аналогично, последнее из них нельзя получить. 2793333345 можно получить только из 3993333345 и из 9393333345, а их нельзя получить не из какого числа.

74. Пронумеруем монеты 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Взвесим 1-ю и 2-ю. 1) 1-я легче, значит она фальшивая, а 2-я и 7-я настоящие. Тогда достаточно взвесить пары 3 и 4, и 5 и 6. 2) Они равны, значит обе настоящие. Взвесим 3 и 4. а) Если 4 более легкая, тогда 5 настоящая, взвешиваем 6 и 7. б) Если 3 более легкая, всзвесим две настоящие и 1 фальшивую с тремя оставшимися монетами. в) Они равны, значит настоящие. Взвешиваем 4,5 с 6,7. Если равенство, то так как фальшивые монеты на столе есть, то в каждой группе по одной и всего их 2. Если не равны, то фальшивая ровно 1.

75. Рассмотрим фигуру с площадью более 2. Каждая клетка вносит в площадь вклад 1, а в периметр – не более 3 (так как у каждой клетки 4 стороны, но, по крайней мере, с одной стороны у нее есть соседняя клетка). Но так как фигура состоит более чем из двух клеток, то найдется клетка, у которой есть как минимум две соседние клетки, то есть она сделает в периметр вклад не более 2. Значит, у такой фигуры периметр не может быть в 3 раза больше площади. (У фигуры состоящей из 1 клеточки периметр в 4 раза больше площади, то есть она тоже не подходит.) *Ответ.* Нет.

76. Аккуратно перебираем сверху вниз первую из двух клеток, получим $4 + 2 + 1 = 7$.

77. Одно из многочисленных разрезаний изображено на рисунке.

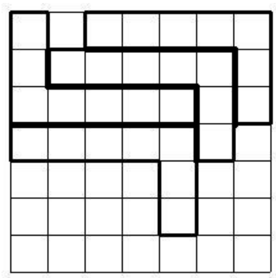


78. В начале стоит цифра 1. Тогда минимальная сумма трёх последних равна $0 + 2 + 3 = 5$, тогда вторая цифра 4: 1456789023.

79. Сумма данных квадратов 2745429470 оканчивается на 0.

80. Очевидно, все десять человек могут оказаться лжецами — например, в ситуации, когда на всех надеты черные шапки. Предположим, что кто-то из присутствующих сказал правду. Тогда (в зависимости от цвета его шапки) в комнате 3 или 4 человека в черных шапках. В первом случае лгут все люди в черных шапках (трое), а во втором — все люди в белых шапках (шестеро). *Ответ.* 3, 6 или 10.

81. Разерезание показано на рисунке.



82. $\text{НОД}(1001; 26) = 13$, следовательно можно получить $1001 : 13 = 77$ вариантов.

83. Из условия следует, что небелых шариков 9 или меньше. Значит, красных шариков от 0 до 9.

84. См. решение задачи 34

85. Рассмотрим любого коротышку. У него 99 друзей. Какой то части из них он отнес один из своих цветов, а остальные, наоборот, принесли ему цветы. В итоге количество цветов у него дома изменилось на нечетное число, а значит стало другим. Если нет коротышки, у которого количество цветов увеличилось, значит у всех коротышек количество цветов уменьшилось. Но тогда уменьшилось и общее количество цветов. Противоречие.

86. Пронумеруем монеты: 1, 2, ..., 7. Сделаем три взвешивания 1 и 2, 3 и 4, 5 и 6. Там где неравенство — это фальшивая и настоящая. Где равенство — две одинаковые монеты. а) Везде равенство или одно равенство, два неравенства. Среди монет 1, ..., 6 по четному количеству каждого вида, 7-я монета настоящая. б) Два равенства, одно неравенство или три неравенства. Среди монет 1, ..., 6 по нечетному количеству монет каждого вида. Значит 7-я это фальшивая.

87. См. решение задачи **38**

88. См. решение задачи **37**

89. См. решение задачи **35**

90. Так как первое число делится на 10, то в его записи есть цифра 0. Посмотрим, какие есть числа, кратные 99: 198, 297, 396, 495, 594, 693, 792, 891, 990. Если использовано число не 990, то 4 разные цифры найдены. Допустим использовано число 990. Посмотрим на числа кратные 84: 168, 252, 336, 420, 504, 588, 672, 756, 840, 924. Одно из них придется использовать. Но в любом из них есть еще 2 новые цифры.

91. См. решение задачи **36**

92. См. решение задачи **52**

93. См. решение задачи **13**

94. См. решение задачи **12**

95. См. решение задачи **16**

96. См. решение задачи **15**

97. См. решение задачи **57**

98. См. решение задачи **14**

99. См. решение задачи **59**

100. См. решение задачи **60**

101. См. решение задачи **19**

102. Один и тот же ответ не могли дать и рыцари, и лжецы. Причём рыцари не могли дать разные ответы, и все быть лжецами не могли, т. к. лжецов больше, меньше и столько же, как и рыцарей. Если «Больше лжецов» ответили рыцари, их 8, а лжецов $30 - 8 = 22$. Других ответов рыцари дать не могли, т. к. 12 не больше $30 - 12 = 18$ и 10 не равно $30 - 10 = 20$. *Ответ.* 22.

103. См. решение задачи **23**

104. См. решение задачи **64**

105. См. решение задачи **65**

106. См. решение задачи **66**

107. См. решение задачи **67**

108. См. решение задачи **31**

109. См. решение задачи **69**

110. См. решение задачи **29**

111. См. решение задачи **27**

112. См. решение задачи **25**

113. См. решение задачи **26**

114. См. решение задачи **28**

115. См. решение задачи **32**

116. См. решение задачи **41**

117. См. решение задачи **42**

118. См. решение задачи **39**

119. См. решение задачи **38**

120. См. решение задачи **37**

121. См. решение задачи **35**

122. См. решение задачи **33**

123. См. решение задачи **36**

5 Результаты и итоги турнира

Турнир математических мини-боёв

Победителем в лиге 4 класса стала команда «Фрактал» (г. Санкт-Петербург), в высшей лиге 5 классов— «Люди Х» (г. Нижний Новгород), в первой лиге 5 классов— «Факториал» (г. Москва).
.

Лига 4-х классов

Финал за 1 место: Фрактал (СПб) — 1329-1 (Мск) 49 : 27,
Финал за 3 место: Интеллектуал (Мск) — Ростум-2 (Пенза) 58 : 36,
Финал за 5 место: 1329-2 (Мск) — Числоведы (Лобня) 25 : 47,
Финал за 7 место: Банда Умников (1883, Мск) — 444 (Мск) 48 : 36.

Х	Команда, город	1	2	3	4	очки	Место
1	«Числоведы» г.Лобня		30:24 2	12:52 0	24:30 0	2	III
2	«Банда Умников» г.Москва	24:30 0		24:44 0	20:28 0	0	IV
3	«1329-1» г.Москва	52:12 2	44:24 2		76:1 2	6	I
4	«Ростум-2» г.Пенза	30:24 2	28:20 2	1:76 0		4	II

О	Команда, город	1	2	3	4	очки	Место
1	«Интеллектуал» г.Москва		52:6 2	29:49 0	56:33 2	4	II
2	«1329-2» г.Москва	6:52 0		1:88 0	30:18 2	2	III
3	«Фрактал» г.Санкт-Петербург	49:29 2	88:1 2		59:19 2	6	I
4	«444» г.Москва	33:56 0	18:30 0	19:59 0		0	IV

Высшая лига 5-х классов

Финал за 1 место: Люди Х (НН) — 2086-5М (Мск) 54 : 36,
Финал за 3 место: Шестёрка отважных (НН) — Трионария (444, Мск) 48 : 26,
Финал за 5 место: 2×2 5-2 (1329, Мск) — Цифровой взрыв (1514, Мск) 25 : 23,
Финал за 7 место: Проекция (444, Мск) — МНО (444, Мск) 27 : 39.

Высшая лига. Игрек

	Команда, город	1	2	3	4	очки
1	«2х2.5.2» г.Москва		41:38 2	18:64 0	36:36 1	3
2	«Люди Х» г.Нижний Новгород	38:41 0		43:37 2	44:24 2	4
3	«Проекция» г.Москва	64:18 2	37:43 0		20:42 0	2
4	«Трионария» г.Москва	36:36 1	24:44 0	42:20 2		3

Результаты блиц-боя: Трионария — 2×2 5-2 20 : 8.

Высшая лига. Икс

	Команда, город	1	2	3	4	очки
1	«Шестёрка отважных» г.Нижний Новгород		41:41 1	82:0 2	36:39 0	3
2	«МНО» г.Москва	41:41 1		20:38 0	28:42 0	1
3	«Цифровой взрыв» г.Москва	0:82 0	38:20 2		12:42 0	2
4	«2086 5"М"» г.Москва	39:36 2	42:28 2	42:12 2		6

Первая лига 5-х классов

Финал за 1 место: Хахаски (1329 5-1, Мск) — Факториал (1210, Мск) 18 : 33,
Финал за 3 место: Треуг. прямоугольник (444, Мск) — Горящая стрела (1514-1, Мск) 21 : 41,
Финал за 5 место: НОК (Черноголовка) — Светодиоды (1514, Мск) 0 : 44,
Финал за 7 место: Ростум-1 (Пенза) — НОД (Черноголовка) 64 : 0.

Первая лига. Альфа

	Команда, город	1	2	3	4	очки
1	«Горящая стрела» г.Москва		17:35 0	44:16 2	48:20 2	4
2	«Хахаски» г.Москва	35:17 2		54:14 2	70:16 2	6
3	«НОК» г.Черноголовка	16:44 0	14:54 0		41:13 2	2
4	«Ростум-1» г.Пенза	20:48 0	16:70 0	13:41 0		0

Первая лига. Бета

	Команда, город	1	2	3	4	очки
1	«Светодиоды» г.Москва		24:29 0	28:0 2	23:42 0	2
2	«Треуг. Прямоугольник» г.Москва	29:24 2		83:2 2	8:63 0	4
3	«НОД» г.Черноголовка	0:28 0	2:83 0		9:41 0	0
4	«Факториал» г.Москва	42:23 2	63:8 2	41:9 2		6

Турнир математических игр

Победителями в лиге 4 класса стали команды «Ростум-2» (г. Пенза) и «1329-1» (г. Москва), в высшей лиге 5 классов— «2086-5М» (г. Москва), в первой лиге 5 классов— «Ростум-1».

Полужирным выделены победители в каждой игре.

Лига 4-х классов

Лига 4 класса	**5 × 5**	**Подлодка**	**Гидры**	***итог***	**Место**
«Ростум-2» ***г.Пенза***	**4**	6	**10**	**20**	**I-II**
«1329-1» ***г.Москва***	5	**10**	5	**20**	**I-II**
«Интеллектуал» ***г.Москва***	10	**8**	1	**19**	**III-IV**
«Банда Умников» ***г.Москва***	3	**6**	10	**19**	**III-IV**
«444» ***г.Москва***	6	1	**10**	**17**	V
«Фрактал» ***г.Санкт-Петербург***	**8**	3	2	**13**	VI
«1329-2» ***г.Москва***	**1**	**4**	5	**10**	VII
«Числоведы» ***г.Лобня***	2	2	3	**7**	VIII

Лиги 5-х классов

Высшая лига 5 класса	**5 × 5**	**Подлодка**	**Гидры**	***итог***	**Место**
«2086-5М» ***г.Москва***	**8**	3	**10**	**21**	**I**
«2 × 2 5-2» ***г.Москва***	2	**10**	**6**	**18**	**II**
«МНО» ***г.Москва***	3	**8**	5	**16**	**III-V**
«Шестёрка отважных» ***г.Нижний Новгород***	5	**6**	5	**16**	**III-V**
«Проекция» ***г.Москва***	4	2	**10**	**16**	**III-V**
«Люди Х» ***г.Нижний Новгород***	**6**	**4**	3	**13**	VI
«Трионария» ***г.Москва***	**10**	1	1	**12**	VII
«Цифровой взрыв» ***г.Москва***	1	**5**	2	**8**	VIII

Первая лига 5 класса	5 × 5	Подлодка	Гидры	*итог*	Место
«Ростум-1» *г.Пенза*	**2**	10	**10**	**22**	**I**
«Треугольный прям-ник» *г.Москва*	10	**8**	**3**	**21**	**II**
«Факториал» *г.Москва*	**5**	**5**	8	**18**	**III-IV**
«Горящая стрела» *г.Москва*	8	**6**	**4**	**18**	**III-IV**
«Светодиоды» *г.Москва*	3	3	**8**	**14**	V
«НОК» *г.Черноголовка*	**4**	2	5	**11**	VI
«Хахаски» *г.Москва*	**6**	1	1	**8**	VII
«НОД» *г.Черноголовка*	1	**4**	2	**7**	VIII

6 Правила соревнований

Турнир математических мини-боёв

1. Цель проведения турнира — развитие и поддержка олимпиадного движения, а также приобретение школьниками опыта участия в математических соревнованиях разного уровня.
2. Основным мероприятием является **турнир математических боёв**. Также будет проведён турнир математических игр *(с отдельным зачётом)*.
3. Для школьников младших классов будет использован формат мини-боёв, с сокращёнными временем решения задач и длительностью самого боя, также возможно проведение двух мини-боёв в течение одного дня.
4. В каждом бою может участвовать от 4 до 6 человек в составе одной команды.
5. В командах из 5-6 человек каждый участник имеет право на два выхода независимо в роли докладчика или оппонента. В команде из 4 человек после того как все участники используют по два выхода двое участников имеют право на третий выход. Конкурс капитанов за выход не засчитывается. Более подробно правила математических боев описаны в приложении.
6. За победу в бое дается 2 очка, за ничью — 1, за проигрыш — 0. За неявку на бой без уважительной причины засчитывается техническое поражение. Бой считается закончившимся вничью, если разница в счете составляет не более 2 баллов (кроме финальных боёв — ничья только при равенстве набранных баллов).
7. Команды распределяются по количеству очков. Если 2 или более команд набрали равное количество очков, то для определения места в лиге используются количество очков, набранных командами в личных встречах между этими командами
8. В случае, если по данным параметрам определить очередность мест невозможно, проводится дополнительный блиц-бой.
9. Блиц-бой длится 30 минут. За каждую верно решенную задачу начисляется 3 очка, за неверно решенную начисляется (-1) очко. Ко всем задачам сдаются только ответы.

Правила устной командной олимпиады

1. Решения каждой задачи рассказывается устно члену жюри. При этом разрешается пользоваться своими записями, но запрещается использовать готовый текст решения.
2. Каждый член команды имеет право рассказывать решения не более чем двух задач независимо от количества членов команды, участвующих в олимпиаде. При этом если задачу выходили сдавать несколько участников, то подходы засчитываются каждому.
3. При решении задач запрещается использование калькуляторов, вычислительной и другой электронной техники, мобильных телефонов, какой-либо литературы. При обнаружении этого факта результаты команды аннулируется.
4. По каждой задаче имеется не более трех попыток. То есть, если за три подхода задача не решена, то сдавать ее больше нельзя, и задача считается нерешенной.
5. За задачу, сданную с первой попытки, ставится 7 баллов, со второй — 6, с третьей — 5.
6. У каждой команды имеется карточка участника, в которую вносятся результаты каждого подхода — «+», если задача полностью решена (ставится членом жюри с подписью), и «-» — во всех остальных случаях (без подписи).
7. Общее время на решение задач — 1 час 45 минут (105 минут) для 4-х класов и 2 часа (120 минут) для 5-х классов.
8. Общее количество задач — равно 8.

9. Результатом командной олимпиады является сумма набранных баллов, независимо от количества решенных задач. При равном количестве баллов решение о распределении команд по лигам принимается председателем жюри совместно с руководителями команд.

Правила математического мини-боя

Единственное отличие математического мини-боя от классического матбоя — это сокращённая длительность.

1. Время решения командой задач — 1 час 30 минут для 4 класса, 2 часа для 5 класса.
2. На доклад отводится не более 15 минут, на последующую дискуссию оппонента и докладчика — не более 15 минут.
3. В каждом туре 8 задач (как в классическом матбое).

За счёт этого появляется возможность провести 2 тура в день. Как показывает опыт турнира, школьники 4–5 классов не сильно устают и после первых туров, освоившись в правилах, ведут полноценный бой.

Математическая игра «5 × 5»

Каждая команда получает клетчатое поле 5 × 5, где каждая клетка — это задача. К каждой задаче сдаётся только ответ. Сдать каждую задачу можно только один раз! Изначально команда выбирает 2 любые задачи, затем за каждую сданную получает 2 новые задачи.
Если задача сдана верно, то в поле соответствующее этой задаче приклеивается наклейка, если нет — поле зачеркивается.

Цель игры: собрать как можно больше наклеек подряд (по вертикали, по горизонтали или по диагонали).

Начисление очков: считается количество линий длины 5-ти и умножается на 5, далее считается количество линий длины 4 и умножается на 4 и считается количество линий длины 3, умножается на 3, все результаты складываются. (Линия длины 5 — это одновременно линия из 5 полей, 2 линии из 4-х и 3 линии из 3-х полей.)

Результаты подводятся отдельно по лиге 4 класса и лигам 5 классов.

Математическая игра «Гидры»

Автор Н. Л. Чернятьев

Проводится несколько туров разной длительности. В каждом туре **необходимо победить Гидру**, «срубив» ей все головы.

Чтобы срубить одну голову, нужно правильно решить задачу. Если же задача решена неправильно, то у гидры вырастает 2 новые головы. Если у гидры выросло 5 голов, то считается, что гидра вас «съела» и раунд для вас заканчивается (даже если осталось время до конца тура).

В начале каждого тура команды получают «ключевые» задачи: по одной на голову гидры. Чтобы срубить выросшую, новую голову, нужно правильно решить задачу из банка заач.

Результатом игры является количество побежденных гидр. При равенстве количества гидр, результат лучше у той команды, которая верно решила и сдала меньше задач.

Математическая игра «Мясорубка»

Рекомендуемое количество команд — 6. На доске рисуется поле 6 × 6. Броском двух игральных костей (генератором случайных чисел) определяются координаты каждой команды, и в соответствующей клетке пишется номер команды.
Начальная стоимость каждой задачи — 3 хода. Сдать каждую задачу команда может только один раз! Игра делится на туры. (3 тура по 8–10 задач и длина туров может быть разной в зависимости от сложности задач: 15–20–25 минут, например.)

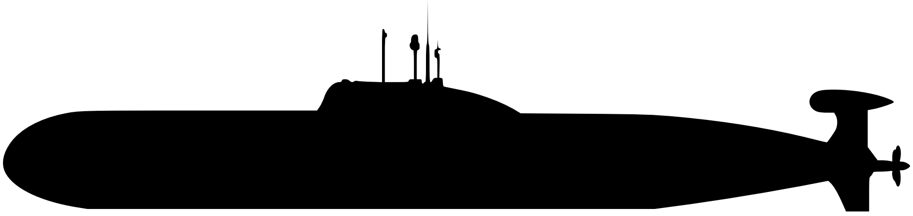
Каждой команде выдаются ВСЕ задачи текущего тура, решать задачи можно в любом порядке. Задачи сдаются строго в порядке живой очереди. Если задача решена верно, команда получает назначенное за задачу количество ходов на игровом поле (все нужно использовать за один раз). Стоимость задачи уменьшается на 1. Если ответ неверный, то стоимость задачи увеличивается на 1 ход.

Цель игры: «съесть» как можно больше команд. За один раз команда может сдать несколько задач, тогда количество ходов за правильно решенные задачи суммируется. Задачу стоимостью 0 ходов сдавать нельзя. Если команду съели, то её новое положение определяется броском костей. При ходе можно приостанавливаться после съедения команды и ждать, пока команда вновь появится на доске, а затем продолжить текущий ход.

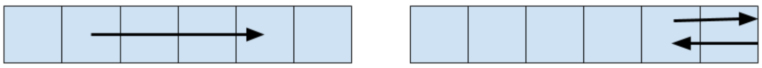
В конце игры подсчитываются результаты, и призовые места занимают команды: «съевшая» больше всех команд и решившая больше всех задач. Возможны дополнительные номинации.

Математическая игра «Подводная лодка»

Авторы К. Н. Бондаренко, Н. Л. Чернятьев



В каждом раунде нужно найти и затопить подводную лодку. Лодка представляет собой одну клетку, которая перемещается по клетчатой полоске на целое число клеток за определённый промежуток времени (у лодок в разных раундах может быть разная скорость). Подлодка находится в клетке определённое время, а потом мгновенно оказывается в другой, причём каждый раз лодка перемещается на одинаковое количество клеток. Когда подлодка достигает края полоски, то она продолжает движение, мгновенно развернувшись (при этом лодка проходит такое количество клеток, как и всегда, на разворот «уходит» одна клетка — *на рисунке ниже пример перемещений подлодки со скоростью 3 клетки в минуту*). Чтобы потопить подлодку, нужно сделать выстрел в ту клетку, где находится лодка в указанный момент времени (в 3 раунде в лодку нужно попасть дважды).



У ведущих имеется график движения лодки, школьникам он неизвестен.

В начале каждого раунда объявляется **время**, в течение которого лодка будет патрулировать заданную полосу, и **длина полосы**.

Начальное положение подлодки, **направление движения** и её **скорость** НЕИЗВЕСТНЫ!

Школьники в течение одного раунда могут решать 10 задач (в каждом раунде разные задачи), при этом у команды на руках может быть не более двух(!) задач. В начале школьники получают 2 первые задачи, потом вместо сданной задачи могут выбрать любую ещё не решенную ими из банка задач. Каждую задачу можно сдавать только один раз. К задачам сдаётся только ответ.

1. За **одну** верно сданную задачу можно **выстрелить** в любую не разведанную ранее клетку в любой момент (даже в прошлое и в будущее). **Время заряжания — 5 минут.**
2. За **одну** верно сданную задачу можно спросить про любую клетку, **находится ли там** лодка в **любой** указанный момент.
3. За **две** верно сданные задачи можно спросить, где **находится** лодка в **любой** указанный момент.

Если команда потопила подлодку, то раунд для неё заканчивается.

В первом раунде лодка перемещается вдоль полосы длиной 20 клеток в течение 25 минут, меняя своё положение каждую минуту.

Во втором раунде лодка перемещается вдоль полосы длиной 10 клеток в течение 25 минут, меняя своё положение каждую минуту.

В третьем раунде лодка перемещается вдоль полосы длиной 15 клеток в течение 30 минут, меняя своё положение каждые 30 секунд. Чтобы потопить лодку, нужно попасть в неё ДВА раза.