# *Краткие решения задач олимпиады 5 класса*
# *25 января 2015*
## *Часть А*

К каждой задаче необходимо указать ответ.
Решения приводить не требуется.

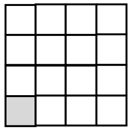
1. Напишите наименьшее шестизначное чётное число с разными цифрами. (*фольклор*)

**Ответ**. 102346.

2. Биологи сажали деревья: сосны, ели и пихты. Как подсчитал ботаник Папоротников, среди любых 5 посаженных деревьев есть хотя бы одна сосна, среди 6 деревьев – хотя бы одна ель, а среди 8 – хотя бы одна пихта. Сколько деревьев каждого вида посадили биологи? (*фольклор*) **Ответ**. Сосен 4, елей 3, пихта одна.

**Решение**. Так как среди любых 5 деревьев есть сосна, то елей вместе с пихтами в сумме не больше 4, иначе мы можем выбрать 5 «не сосен». Поскольку среди любых 6 деревьев есть ель, то сосен вместе с пихтами не больше 5. Аналогично елей с соснами не больше 7 в сумме. Причём каждого вида есть хотя бы одно дерево и всего деревьев не меньше 8, так как можно найти 8 деревьев. Но тогда Е+П=4, С+П=5, Е+С=7. Отсюда сосен на 1 больше, чем елей, и из последнего равенства Е=3, С=4. Подставля в первое равенство, находим количество пихт.

3. Периметр одного квадрата в 4 раза больше периметра другого квадрата. Во сколько раз отличаются площади квадратов? (*фольклор*)



**Ответ**. В 16.

**Решение**. Раз периметр больше в 4 раза, это значит, что длина каждой стороны одного квадрата в 4 раза больше стороны другого квадрата.

4. Каждый из детей одной семьи заявил, что у него поровну братьев и сестёр. При этом 5 человек ошиблись. а) Сколько в семье может быть братьев? б) Сколько в семье может быть детей? (*Н.Михайловский*)

**Ответ**. а) шестеро или пятеро; б) 11 детей.

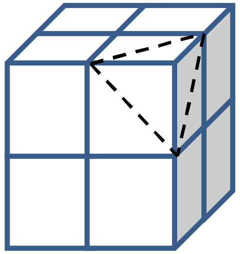
**Решение**. Истинные заявления детей разного пола должны отличаться, а . одного – совпадать. Поэтому ошиблись либо все мальчики, либо все девочки.

5. Вовочка заметил, что в январе он думал только о подарках, лете и предстоящей олимпиаде. Притом о подарках он думал весь январь без последних 7 дней, о лете – весь месяц, начиная с 8 января, а об олимпиаде – только в те числа месяца, в записи которых есть двойка. Сколько у Вовы в январе было тяжёлых дней, в которые он думал сразу обо всём? (*В.Попов*)

**Ответ**. 6 дней.

**Решение**. О подарках Вовочка думал 31 – 7 = 24 дня, о лете также 24 (но другие) дня, об олимпиаде – 2, 12, 20, 21, …, 29 января, то есть 12 дней. Путём несложных вычислений, получаем, что одновременно о лете и подарках он думал 17 дней, из которых только 12, 20, 21, 22, 23 и 24 имеют в записи цифру 2.

6. У деревянного кубика отпилили все углы, как показано на рисунке.



а) Сколько рёбер у получившейся фигуры?

б) Сколько у неё вершин?

в) А сколько граней? (*Е.Иванова*)

**Ответ**. Граней – 14, вершин – 12, рёбер – 24.

**Решение**. Каждый срез добавляет одну грань. Углов – 8, значит всего будет 6+8 граней. Рёбер у новой фигуры в 4 раза больше, чем граней у куба, поскольку на каждой грани появляется по 4 ребра, а старые ребра все исчезают. Вершина же новой фигуры являются середины всех рёбер куба.

7. Дети встали в хоровод. Оказалось, что у каждого мальчика с одной стороны мальчик, а с другой – девочка. А у каждой девочки с обеих сторон стоят мальчики. Сколько в хороводе девочек, если мальчиков 12? (*Л.Бурушева*)

**Ответ**. 6 девочек.

**Решение**. Так как у каждого мальчика в соседях есть и мальчик, и девочка, а у девочек только мальчики, то мальчики стоят парами: ММДММД… Тогда всех можно разбить на тройки, в которых 2 мальчика и 1 девочка. То есть девочек в 2 раза меньше, чем мальчиков.

8. В Цветочном городе прошёл конкурс Эрудитов. На вопрос, кто победил, четверо коротышек ответили так:

*Первый*: Светофоров из Солнечного города или Кусачкин из Змеёвки. *Второй*: Гайкин из Простоквашино или Светофоров из Змеёвки. *Третий*: Светофоров из Простоквашино или Гайкин из Змеёвки. *Четвёртый*: Кусачкин из Простоквашино или Простофилин из Лунного города или Светофоров из Цветочного.

Определите, кто победил и из какого он города, если в ответе каждого прозвучало либо правильное имя победителя, либо правильный город победителя, но не оба вместе. (*Е.Иванова*)

**Ответ**. Простофилин из Змеёвки.

**Решение**. Поскольку Светофоров упоминается каждым, то он не может быть победителем, так как тогда не был верно произнесён город. Заметим, что победитель не может быть из Простоквашино, так как иначе из утверждений третьего и четвёртого, это не может быть ни, Кусачкин, ни Простофилин, ни Гайкин. А других фамилий не прозвучало. Тогда, из слов третьего это либо Гайкин, либо город победителя – Змеёвка. Если Гайкин, то из слов первого он из Солнечного города, а из слов четвёртого – из Лунного или Цветочного. Противоречие. Значит, город победителя – Змеёвка, и фамилия – Простофилин.

9. Из трёхзначного числа вычли сумму каких-то двух его цифр и получили 777. Найдите исходное число. (*А.Солынин*)

**Ответ**. 793 (вычли 16=9+7).

**Решение**. Так как максимум можно было вычесть 18 (9+9), а минимум 7 (7+0), то число следует искать среди 12 чисел от 784 до 795.

10. Раскрасьте клетчатую доску размером 8×8 в 5 цветов так, чтобы любая полоска 1×5 содержала клетки всех пяти цветов, а любой квадратик 2×2 и любая полоска 1×4 – клетки четырёх разных цветов. (*Е.Иванова*)

**Ответ**. Например так, как на рисунке.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 |
| 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 |
| 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 |

## *Часть Б*

В этой части кроме ответа требуется привести решение.

**1.** У продавщицы есть конверты, упакованные по 100 штук в пачке. Она умеет отсчитывать по 5 конвертов в секунду. Ей нужно приготовить три пачки: по 50, 70 и 80 штук. За какое минимальное время продавщица сможет это сделать? (*фольклор*)

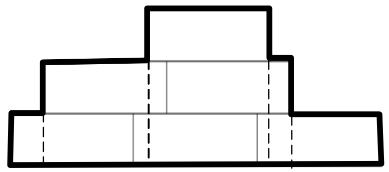
**Ответ**. 10 секунд.

**Решение**. Чтобы получить пачку в 80 конвертов, достаточно отсчитать 20 за 4 секунды. Чтобы получить 70, можно отсчитать 30 за 6 секунд. Сложив отсчитанные 20 и 30 вместе, получим требуемое.

**2.** У Карабаса Барабаса есть 1 золотая, 2 серебряные и 2 бронзовые монеты. Если монеты настоящие, то 1 золотая весит столько же, сколько 2 серебряные, 1 серебряная – столько же, сколько 2 бронзовые. Как Карабасу среди этих 5 монет найти 1 фальшивую, отличающуюся по весу от настоящей (но неизвестно, легче или тяжелее), с помощью двух взвешиваний на чашечных весах без гирь? (*Е.Иванова*)

**Решение**. Взвесим на одной чаше обе бронзовые, а другой – 1 серебряную. Если весы в равновесии, значит, все 3 монеты – настоящие. Тогда сравним настоящую серебряную с оставшейся серебряной. Если снова равенство, то фальшивая – золотая, если неравенство, то фальшивая – вторая серебряная. Если в первоначальном взвешивании весы не уравновесились, то те монеты, что не взвешивали, настоящие и искать фальшивую нужно среди этих трёх. Сравним вес двух бронзовых. Если весы в равновесии, то фальшивая – серебряная. Если неравновесие, то фальшивая та бронзовая монета, которая перевесила чашу в ту же сторону, что и две бронзовые вместе при первом взвешивании.

**3.** Спортивный комплекс представляет собой 6 одинаковых кортов, расположенных так, как на рисунке. Директор комплекса распорядился огородить весь комплекс по периметру забором. Какова длина забора, если периметр одного корта равен 170 м ? (*Н.Михайловский*)



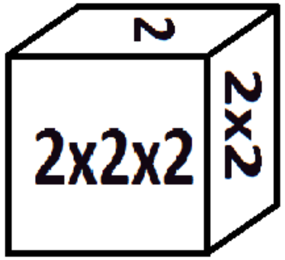
**Ответ**. 510 м.

**Решение**. Назовём более длинную сторону корта длиной, а более короткую – шириной. Тогда можно видеть, что длина горизонтальных отрезков в точности равна удвоенной длине самого нижнего горизонтального отрезка, который в свою очередь равен трём длинам корта. Аналогично сумма вертикальных отрезков равна по длине шести длинам короткой стороны корта. Но две длины и две ширины корта = 170м (периметру корта)

**4.** Саша купил девять канцелярских товаров на общую сумму 3 рубля. Известно, что любые две последовательных покупки Саши в сумме стоили одинаково. Докажите, что самая дорогая из покупок не могла стоить дороже, чем 70 копеек. (*К.Кноп*)

**Решение**. Если первая покупка стоила x, а вторая y, то третья снова стоила x, четвертая снова y, и так далее. По условию, 5x+4y=300. отсюда y делится на 5, и после сокращения на 5 получаем $x + 4 \cdot (y : 5) = 60$. Так как x не 0, то наименьшая возможная цена x равна 4 копейкам, откуда $4 \cdot (y : 5)$ не больше 56 копеек, а y – не больше 70 копеек. Если же самым дорогим товаром был бы товар со стоимостью x, то его цена была бы не больше, чем 300 : 5 = 60 копеек, что тоже меньше 70 копеек.

**5.** Ослику Иа-Иа на День Рождения подарили математический кубик, на каждой грани которого написано или «2», или «2×2», или «2×2×2». Иа бросил кубик на стол и подсчитал сумму значений на всех видимых гранях, получилось 16. Когда свой ход сделала Сова, получилась сумма, равная 20. На скольких гранях кубика написано 2×2? (*В.Попов*)




**Ответ**: на трёх.

**Решение**. Как бы кубик не бросали, видимы всегда какие-то 5 граней из шести. Значит, в случае бросков Иа и Совы, 4 грани были одни и те же. Изменилась только одна грань (одна заменилась на другую). При этом сумма увеличилась на 4. Такое возможно только, если 4 (2x2) заменили на 8 (2x2x2). Значит при броске Иа была невидима грань 2x2x2, а видима одна из граней 2x2. Рассмотрим оставшиеся 4 грани. Сумма выражений на них равна 12. Это достигается только в случае 2 + 2 + 2x2 + 2x2.

---

Критерии:

Каждый правильный ответ в части А стоит 2 балла (если пунктов несколько, то каждый пункт стоит 2 балла).

В части Б оценивается решение – от 0 до 6 баллов.

# *Творческая Лаборатория «Дважды Два»*

Творческая лаборатория «2×2» – содружество преподавателей, студентов, аспирантов и просто математиков, обеспокоенных состоянием математического образования в России. Мы хотим, чтобы наши дети росли любознательными, заинтересованными, грамотными, и стараемся по мере сил этому содействовать. За много лет работы мы создали систему обучения детей математике с 1 по 11 класс. Она включает в себя матклассы, олимпиады различного уровня, кружки в разных точках Москвы.

Кроме олимпиад мы проводим выездные математические школы для всех классов. Школы проводятся в период каникул, а также майских праздников. Ближайшая школа планируется ***с 1 по 11 мая***.

Летняя школа – ***с 3 по 24 августа*** под г.Владимир на базе ДОЛ «Лесной Городок» – для школьников 4–8 классов.

Большое внимание мы уделяем также нашим математическим классам на базе разных школ Москвы. В прошлом наши ученики завоевали более десятка золотых медалях на международных олимпиадах по математике и физике, а также разнообразные призы и награды на других соревнованиях России и других стран.

В этом году мы набираем 5 и 6 математические классы на базе школ 1329 и 1210

Более подробно со всеми направлениями нашей работы в можете познакомиться на сайте.

## *Олимпиада 5 класса*

### Письменный тур.

Результаты письменного тура будут опубликованы ***после 10 февраля*** на нашем сайте. http://mathbaby.ru

### Устный тур.

Устный тур пройдёт 15 марта в помещении МИРЭА. На него будут приглашены участники, показавшие высокий результат на письменном туре.